Mathématiques : Préparation Spécialité de première 2023

En première les nouvelles notions sont nombreuses et le rythme de progression est plus rapide qu'en classe de 2^{nd}. Il est indispensable que le travail personnel soit régulier et approfondi.

Pour faciliter la remise au travail à la fin des vacances estivales, ce fichier contient des rappels de cours à connaître et des exercices d'application. Il n'est pas exhaustif. Traiter en priorité les thématiques :

I. Ensemble de nombres :... **Erreur ! Signet non défini.**

II. Les différentes règles de calculs : 2

III. Notion de fonctions : 4

IV. Résolution algébrique d'équation ou d'inéquation : 6

Nous vous proposerons une correction succincte en début d'année, vos professeurs répondront à vos questions afin de consolider vos acquis. En réalisant ce travail sérieusement vous démarrerez l'année sur de bonnes bases.

I. Les différentes règles de calculs :

1. Avec des fractions :

Pour tous réels a, b, c et d non-nuls :

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd} \qquad \frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd} \qquad \frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$$

Applications : Calculer sans calculatrice (puis vérifier à la calculatrice)

$A=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$ $\qquad$ $B=3\left(\frac{2}{5}-\frac{6}{7}\right)$ $\qquad$ $C=\frac{\frac{1}{2}}{3}-\frac{1}{\frac{2}{3}}$ $\qquad$ $D=\frac{1+\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{5}}$

2. Avec des puissances :

Pour tous réels a et b non-nuls. Pour tous entiers naturels n et p.

$a^0=1$ $\qquad$ $a^1=a$ $\qquad$ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $\qquad$ $a^n\times a^p=a^{n+p}$ $\qquad$ $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$ $\qquad$ $(a^n)^p=a^{np}$

$(a\times b)^n=a^n\times b^n$ $\qquad$ (Attention $(a+b)^n\neq a^n+b^n$) $\qquad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Applications : Vrai / Faux (sans calculatrice, cocher les égalités vraies) :

- ☐ $5^{-2}=0{,}05$
- ☐ $2\times10^{-2}+3\times10^{-3}=0{,}023$
- ☐ $5^3+5^{-7}=5^{-4}$
- ☐ $5^3+5^{-7}=10^{-4}$
- ☐ $5^3\times5^{-7}=5^{-4}$
- ☐ $5^3\times5^{-7}=5^{-21}$

- ☐ $(5^3)^{-7}=5^{-21}$
- ☐ $(5^3)^{-7}=5^{-4}$
- ☐ $\frac{5^3}{5^{-7}}=5^{10}$
- ☐ $\frac{5^3}{5^{-7}}=5^{-4}$
- ☐ $5^3+2^3=7^3$

- ☐ $5^3\times2^3=10^3$
- ☐ $\frac{5^3}{2^3}=\left(\frac{5}{2}\right)^3$
- ☐ $(3\times4)^2=3^2\times4^2$
- ☐ $(3+4)^2=3^2+4^2$
- ☐ $\frac{1}{3^4}=-3^4$

3. Calcul littéral :

Les identités remarquables :

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Pour développer

$a\times(b+c)=ab+ac$

$a\times(b-c)=ab-ac$

Rappel

$x\times x\times x=x^3$

$x+x+x=3x$

Applications

1) Développer les expressions suivantes :

$A=2x(3x-5)$ $\qquad$ $B=(2x-3)^2$ $\qquad$ $C=(5-3x)(2-x)$ $\qquad$ $D=5x(2-3x)-(5-2x)^2$

2) Compléter les égalités suivantes :

$x^2+6x+\cdots=(x+\cdots)^2$; $\qquad$ $x^2-2x+\cdots=(x-\cdots)^2$; $\qquad$ $x^2-7x+\cdots=(x-\cdots)^2$

3) Factoriser les expressions suivantes :

$E=3x^2-2x$ $\qquad$ $C=4-x^2$ $\qquad$ $D=x^2-4x+4$ $\qquad$ $E=x^2+10x+25$

4. Avec des racines :

Pour tous a et b positifs :

$\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ $\qquad$ Si $b\neq0$, $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\qquad$ $(\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}=a$

Attention : $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

Applications :

1) Ecrire sans la racine carrée au dénominateur puis simplifier (sans utiliser la calculatrice)

$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$ $\quad C = \frac{6-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ $\quad D = \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{10}}$

QCM pour tout a réel positif

1°) $(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 = \cdots$

☐ $4\sqrt{a}$

☐ a

☐ 2

2°) $(1-4\sqrt{a})(1+2\sqrt{a}) = \cdots$

☐ $1-8\sqrt{a}$

☐ $1-10\sqrt{a}$

☐ $1-2\sqrt{a}-8a$

3°) $\sqrt{3^2+4^2+5^2} = \cdots$

☐ 12

☐ $5\sqrt{2}$

☐ $2\sqrt{5}$

5. La valeur absolue d'un nombre (non prioritaire):

$$|x| = \begin{cases} -x \; si \; x \leq 0 \\ x \; si \; x \geq 0 \end{cases}$$

Applications :

Sans utiliser la calculatrice écrire les nombres suivants sans :

$A = |-7|$ $\quad B = |\pi - 1|$ $\quad C = |1-\sqrt{2}|$

II. Notion de fonctions :

1. Généralités :

Une fonction est un procédé qui permet d'associer à un nombre, un **unique** autre nombre appelé **image**.

Si on appelle f cette fonction, l'image de x par la fonction f sera notée $f(x)$. On peut noter $f: x \to f(x)$

L'ensemble de définition d'une fonction est l'ensemble des nombres réels pour lesquels on peut calculer une unique image.

On peut le noter D_f (pour une fonction f)

La courbe représentative de f (on note souvent C_f) est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$ en faisant prendre à x toutes les valeurs de l'ensemble de définition.

Soient f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$.

Si $f(a) = b$, alors on dit que :

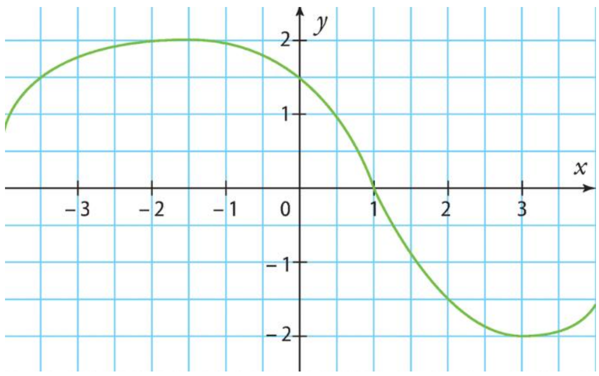
- b est **l'image de a** par la fonction f.
- a est **un antécédent** de b par la fonction f

Applications – Recherche d'image et recherche d'antécédents

1) Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 2x$

   a) Calculer l'image de -5 ; de 2 et de $\sqrt{2}$+3 par la fonction f.
   b) Rechercher les éventuels antécédents de 3 par la fonction f.

2) Soit la fonction g définie sur $[-4; 4]$; sa courbe représentative est représentée ci-contre.
   a) Graphiquement rechercher les images éventuelles de -1 ; de 1 et de 3.
   b) Graphiquement rechercher les antécédents éventuels de 1,5 et de 2,5.



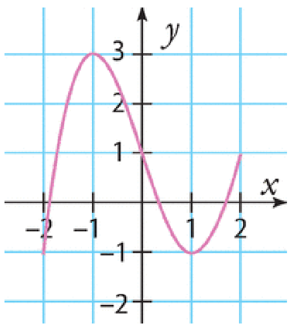
2. Variation d'une fonction :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- f est **croissante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$.
- f est **décroissante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$.
- f est **constante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : $f(a) = f(b)$.
- Une fonction f est **monotone** sur I signifie que f est soit croissante sur I, soit décroissante sur I .

Applications :

1) Dresser le tableau de variation de la fonction g représenté ci-contre



2) Ci-dessous est dressé le tableau de variation d'une fonction f.

x	-4		-1		1		3		$3{,}5$
f	-4	↗	-2	↘	-5	↗	0	↘	-1

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

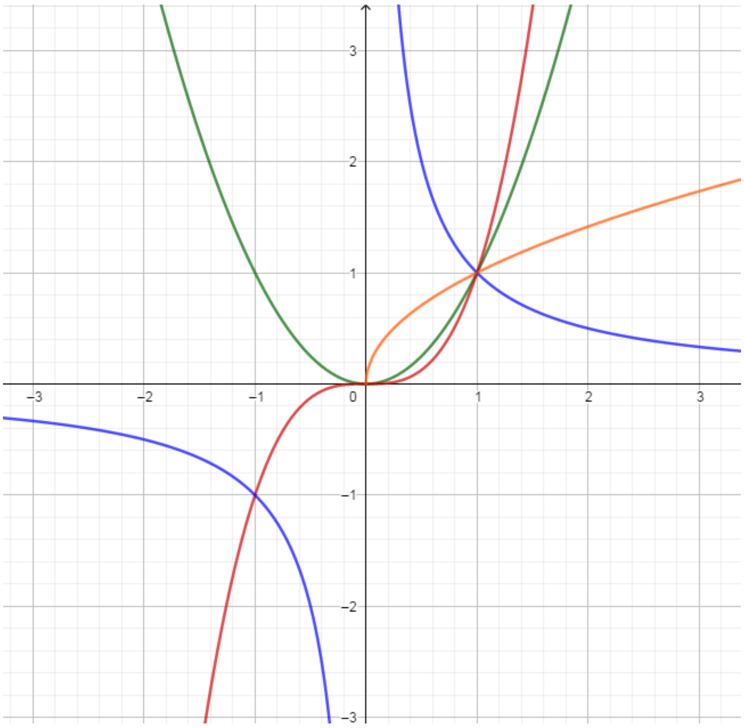
b) Comparer si possible en justifiant :

$f(0)$ et $f(1)$; $f(-3)$ et $f(-2)$; $f(-2)$ et $f(0)$; $f(-2)$ et $f(3{,}25)$

3. Fonctions de références :

a. Généralités :

On a représenté ci-contre les 4 fonctions de références au programme de seconde.



La courbe bleue représente la fonction ………………………. définie sur …………. par $f(x) =$

La courbe verte représente la fonction ………………………. définie sur …………. par $g(x) =$

La courbe orange représente la fonction ……………………. définie sur …………. par $h(x) =$

La courbe rouge représente la fonction ……………………….. définie sur …………. par $i(x) =$

b. Variations :

Pour tous réels a et b :

Si $0 \leq a < b$ alors $a^2 \dots b^2$ car la fonction carré est strictement ……………………………….. sur ………

Si $a < b \leq 0$ alors $a^2 \dots b^2$ car la fonction carré est strictement ……………………………….. sur ………

Si $0 \leq a < b$ alors $\sqrt{a} \dots \sqrt{b}$ car la fonction racine carré est strictement ……………………………….. sur ………

Si $a < b$ alors $a^3 \dots b^3$ car la fonction cube est strictement ……………………………….. sur ………

Si $0 < a < b$ alors $\frac{1}{a} \dots \frac{1}{b}$ car la fonction inverse est strictement ……………………………….. sur ………

Si $a < b < 0$ alors $\frac{1}{a} \dots \frac{1}{b}$ car la fonction inverse est strictement ……………………………….. sur ………

c. Exercices bilan :

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $[-4\,;5]$ dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

x	-4		-1		3		5
$f(x)$	1	↗	6	↘	-2	↗	2

1. Pour chacune des affirmations , répondre par « vrai », « faux » ou « on ne peut pas savoir ». Justifier.

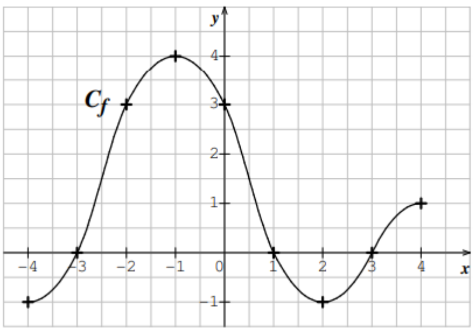
$f(-3) < f(-2)$ $\quad$ $f(0) < f(0{,}5)$ $\quad$ $f(3{,}1) < f(3{,}2)$ $\quad$ $f(2{,}9) > f(3{,}1)$

$f(4) < f(-2)$ $\quad$ $f(4) = 0$ $\quad$ le minimum de f est -4 $\quad$ le maximum de f est 6

2. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ et un encadrement le plus précis possible de chaque solution.

Exercice 2

Soit f la fonction dont la représentation graphique C_f est donnée ci-dessous.



L'ensemble de définition de la fonction f est …………………………………… ;

$f(0{,}5) =$ …………… ; $\quad$ $f(4) =$ …………… ;

L'image de 0 par la fonction f est ………… ;

………….. a pour image 4 par la fonction f ;

$f(x) = 3$ a pour solution ………………………………………………………… ;

$f(x) > 0$ a pour solution ………………………………………………………… ;

Le minimum de la fonction f est ……………… ; $\quad$ Le maximum de la fonction f est ……………………

Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de la fonction f.

III. Résolution algébrique d'équation ou d'inéquation :

1. Equations :

$\Leftrightarrow$ signifie « est équivalent à »

$$A(x) \times B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

Pour tout réel a

Si $a < 0$: $x^2 = a$ n'a pas de solution.

Si $a = 0$: $x^2 = a \Leftrightarrow x = 0$

Si $a > 0$: $x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$ et $x = \sqrt{a}$

Exercice 1 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(2x+3)(5-x) = 0$

$\frac{(4x+3)(2-3x)}{3x-2}=0$

$x(3x-1) = x(2x+3)$

$4x^2 - 1 + x(2x+1) = 0$

$x^2 - 6x + 9 = 2(x-3)$

$\frac{25-(x-3)^2}{x+2} = 0$

2. Signe d'une expression :

QCM (une seule bonne réponse)

1°) Le produit de deux facteurs négatifs est
- ☐ négatif
- ☐ positif
- ☐ ça dépend des facteurs

2°) Le produit de deux facteurs positifs est
- ☐ négatif
- ☐ positif
- ☐ ça dépend des facteurs

3°) Le produit de deux facteurs de signes contraires est
- ☐ négatif
- ☐ positif
- ☐ ça dépend des facteurs

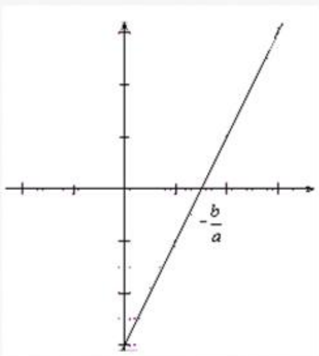
4°) La somme de deux termes négatifs est
- ☐ négative
- ☐ positive
- ☐ ça dépend des termes

5°) La somme de deux termes positifs est
- ☐ négative
- ☐ positive
- ☐ ça dépend des termes

6°) La somme de deux termes de signes contraires est
- ☐ négative
- ☐ positive
- ☐ ça dépend des termes

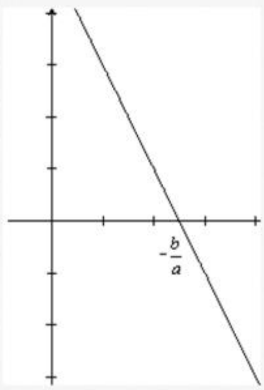
3. Signe d'une fonction affine :

$a > 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $f(x) = ax + b$	-	0	+

$a < 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
Signe de $f(x) = ax + b$	+	0	-

Exercice 1 :

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes :

$(1+2x)(4x-3) \leq 0$ $\quad x^2 > (3x+1)^2$ $\quad \frac{(4x+3)(2-3x)}{3x-2} \geq 0$

$4x^2 - 1 + x(2x+1) < 0$ $\quad x^2 - 6x + 9 \leq 2(x-3)$ $\quad \frac{25-(x-3)^2}{x+2} > 0$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x(x+1)(3-x)$.

1. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$. (Préciser la fenêtre de l'affichage utilisée).

2. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de la fonction f.

3. Vérifier le résultat de la question 1.

Exercice 3 :

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{1-2x}{x-4}$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction g.

2. Déterminer l'image de $\frac{3}{4}$ et le(s) antécédent(s) de 0, s'il(s) existe(nt), par la fonction g.

3. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \geq 5$. (Préciser la fenêtre de l'affichage).

4. Montrer que pour tout réel $x \neq 4$ on a $g(x) - 5 = \frac{-7x+21}{x-4}$

5. Vérifier le résultat de la question 3.

4. Résolution d'un système d'équations :

Résoudre par substitution

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 5x + 3y = -21 \end{cases}$$

Méthode :

A utiliser que lorsque au moins un coefficient est égal à 1 ou -1 pour éviter les fractions.

A partir d'une équation, isoler une inconnue.

Dans l'autre équation, remplacer cette inconnue par l'expression trouvée, puis résoudre cette équation.

Dans une équation, remplacer l'inconnue trouvée par sa valeur.

Conclure.

Résoudre par combinaison linéaire

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$$

Méthode :

Multiplier une ou les deux équations par des nombres bien choisis pour que, lorsqu'ensuite on additionne ou on soustrait les équations, une inconnue disparaisse.

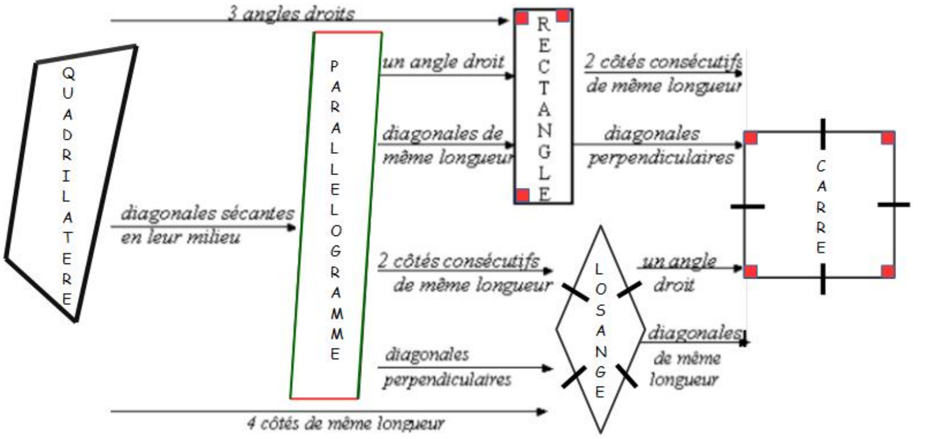
A partir du système initial, faire de même pour faire disparaître l'autre inconnue.

Pour faire disparaître une inconnue, on peut multiplier chaque équation par le coefficient de l'inconnue de l'autre équation, puis soustraire.

Conclure.

IV. Géométrie :

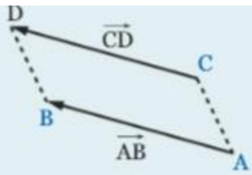
1. Quadrilatères :



2. Vecteurs :

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ est défini par une direction (celle de la droite (AB)), un sens (de A vers B) et une norme (la longueur AB). La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ associe à tout point C du plan l'unique point D tel que $ABDC$ est un parallélogramme.
Le vecteur $-\overrightarrow{AB}$ est le vecteur opposé à $\overrightarrow{AB}$: on le note aussi $\overrightarrow{BA}$.

Exemple.



- Pour tous points A, B, C et D du plan, on a $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (relation de Chasles) et $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow ABDC$ est un parallélogramme.

Exemple.

- On considère les points $A(x_A\,;y_A)$ et $B(x_B\,;y_B)$.
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B-x_A \\ y_B-y_A \end{pmatrix}$.
On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.
Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{u+w}$ sont $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$.

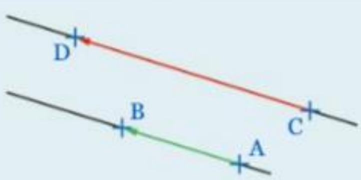
Exemple. On considère les points $A(-2\,;0)$ et $B(1\,;4)$ et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} 1-(-2) \\ 4-0 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, donc celles de $\overrightarrow{AB}+\vec{u}$ sont $\begin{pmatrix} 3-2 \\ 4+2 \end{pmatrix}$ soit $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

- Deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires lorsqu'il existe un réel λ tel que $\vec{u}=\lambda\vec{w}$. Ces vecteurs ont alors la même direction. De plus, ils sont colinéaires si et seulement si leur déterminant $xy'-x'y$ est nul. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Exemple. $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ sont colinéaires car $\vec{w}=-3\vec{u}$.
Leur déterminant est bien égal à 0 car $2\times 9-(-3)\times(-6)=18-18=0$.

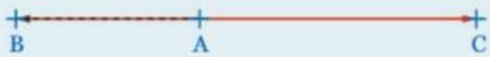
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

Exemple.



- Les points A, B et C, distincts deux à deux, sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires.

Exemple.



Pour s'exercer

29 **1.** Construire un triangle ABC quelconque.
2. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
3. Simplifier l'expression vectorielle $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CB}$.
4. Construire un vecteur $\vec{u}$ tel que $\vec{u}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CA}$.

30 Soient $A(2\,;6)$, $B(8\,;2)$, $C(3\,;2)$, $D(6\,;0)$ et $E(18\,;-8)$ cinq points dans un repère orthonormé.
1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Les points C, D et E sont-ils alignés ? Justifier.
3. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BE}$.

3. Equations de droites :

a) Equations réduites de droites :

On se place dans un repère.

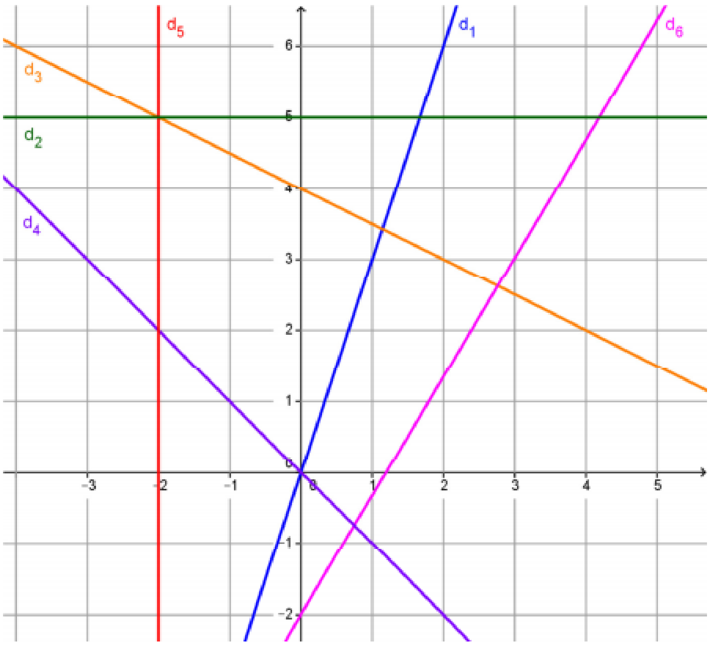
Soit d une droite d'équation $y = mx + p$

m est appelé .... et p est appelé ....

On considère les points $A\ (x_A\ ;\ y_A)$ et $B\ (x_B\ ;\ y_B)$.

Si $x_A \neq x_B$ alors le coefficient directeur de la droite (AB) est égal à ....

Exercice



Par lecture graphique, donner une équation de chacune des droites d_1 à d_6

d_1 : ....

d_2 : ....

d_3 : ....

d_4 : ....

d_5 : ....

d_6 : ....

Dans le repère ci-contre, tracer les droites d_7 à d_9 telles que

d_7 : $y = 3x - 1$

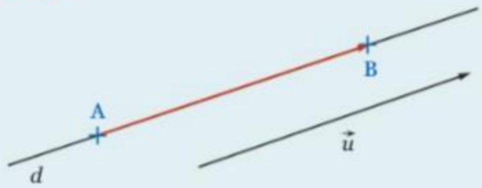
d_8 : $y = -\frac{3}{4}x + 6$

d_9 : $y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$

b) Equations cartésienne de droite :

- Une droite d peut être définie par :
  - un de ses vecteurs directeurs $\vec{u}$ tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ où A et B sont deux points distincts de d ;
  - une équation cartésienne $ax + by + c = 0$ où a, b et c sont des réels.

Exemple.



- Le vecteur $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite d'équation $ax + by + c = 0$.

Exemple. La droite d'équation $3x - y + 2 = 0$ admet pour vecteur directeur le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- Deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont sécantes si et seulement si $ab' - a'b \neq 0$. Sinon elles sont strictement parallèles ou confondues.

Exemple. Les droites d'équations respectives $3x - y = 0$ et $-8x + 3y + 5 = 0$ sont sécantes car $3 \times 3 - (-1) \times (-8) = 1 \neq 0$.

- Si deux droites d'équations respectives $ax + by + c = 0$ et $a'x + b'y + c' = 0$ sont sécantes, alors leur point d'intersection a pour coordonnées le couple solution du système formé par les deux équations.

Exemple. Le point d'intersection des droites de l'exemple précédent a pour coordonnées le couple solution du système $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ -8x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$ soit $(-5\ ;-15)$.

Pour s'exercer

31 On considère les points $A(4\ ;3)$, $B(-2\ ;0)$, $C(0\ ;2)$ et $D(1\ ;-2)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) et l'équation réduite de la droite (CD).

2. Montrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

3. Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

V. Statistiques et pourcentages :

1. Pourcentages :

Le taux d'évolution d'une valeur y_1 à une valeur y_2 est T=

Augmenter une quantité de x% revient à multiplier cette quantité par………………

Diminuer une quantité de $x\%$ revient à multiplier cette quantité par …………….

Faire évoluer une quantité d'un taux t revient à multiplier cette quantité par ……………

Faire évoluer une quantité d'un taux t_1 puis d'un taux t_2 revient à multiplier cette quantité par ………………

Le taux d'évolution réciproque d'une évolution de taux t est égale à………………

Applications :

1. Le prix d'un article est passé en un mois de 28€ à 29,54€. Déterminer le taux d'évolution de cet article.

2. Le prix d'une matière première a augmenté de 150%. Il a été multiplié par…….

3. Un prix a été multiplié par 0,75. Il a subi une ……………………………… ;

4. Un produit en ventes à 145€ a subit une baisse de 5% puis une augmentation de 2%.

Déterminer son nouveau prix.

5. Le prix d'un article toutes taxes comprises (TTC) est le prix hors taxes (HT) augmenté de la TVA.

Le prix TTC d'un article est 150€ . Déterminer son prix HT avec une TVA de 20%.

6. Le cours d'une action a diminué de 18%, de combien elle devrait augmenter pour que l'action retrouve son cours initial.

2. Statistiques descriptives :

Les indicateurs statistiques se calculent rapidement avec la calculatrice en entrant les valeurs dans des listes.
Toutefois, la moyenne d'une série statistique $\{x_1 ; x_2 ; \dots ; x_p\}$ de p valeurs pondérées par les effectifs $\{n_1 ; n_2 ; \dots ; n_p\}$ se calcule à partir de la formule : $\overline{x} = \dfrac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$.

Exemple. La moyenne de la série

x_i	0	2	5	10
n_i	8	5	4	3

est : $\overline{x} = \dfrac{8\times 0 + 5\times 2 + 4\times 5 + 3\times 10}{8+5+4+3} = 3$.

L'écart-type mesure la dispersion autour de la moyenne, il se calcule avec la formule :

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1-\overline{x})^2 + n_2(x_2-\overline{x})^2 + \dots + n_p(x_p-\overline{x})^2}{n_1+n_2+\dots+n_p}}.$$

Exemple. Dans l'exemple précédent, l'écart-type est :

$$\sigma = \sqrt{\frac{8(0-3)^2+5(2-3)^2+4(5-3)^2+3(10-3)^2}{8+5+4+3}} \approx 3{,}5.$$

Application :

Le tableau suivant donne les âges des membres d'un club de sport.

Age (ans)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	6	7	9	8	6	4	3

1) Déterminer la moyenne et l'écart type.

2) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissant et déterminer la médiane et les quartiles de cette série.

3) Interpréter la médiane et le premier quartile.

VI. Probabilités :

- L'univers d'une expérience aléatoire est l'ensemble des issues possibles. On associe à celles-ci des probabilités dont la somme vaut 1.
Toute probabilité est un nombre compris dans l'intervalle $[0\,;1]$.
On parle d'équiprobabilité quand toutes les probabilités des issues sont égales.

Exemple. On lance un dé cubique et on lit le numéro de la face supérieure.
L'univers est donc $\{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$.
Les probabilités de ces six issues sont toutes égales à $\frac{1}{6}$.

- Un événement est un ensemble d'issues. Sa probabilité est la somme des probabilités des issues le composant.
L'événement impossible a pour probabilité 0.
L'événement certain a pour probabilité 1.

Exemple. Dans l'expérience ci-dessus, la probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair » vaut $3\times\frac{1}{6}=0{,}5$. « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un événement impossible. « Obtenir un nombre inférieur à 7 » est un événement certain.

- L'événement complémentaire $\overline{A}$ est l'ensemble des issues que ne réalise pas l'événement A. Sa probabilité est $P(\overline{A})=1-P(A)$.

Exemple. L'événement complémentaire de « obtenir un nombre pair » est l'événement « obtenir un nombre impair ». Sa probabilité est $1-0{,}5=0{,}5$.

- $A\cap B$ est l'ensemble des issues qui réalisent les événements A et B à la fois. On l'appelle intersection de A et B. Si $P(A\cap B)=0$, on dit que les événements A et B sont incompatibles. Dans ce cas, $A\cap B=\emptyset$.
$A\cup B$ est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B (au moins l'un des deux). On l'appelle union de A et B.
On a la formule $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Exemple. Dans une classe de 34 élèves, 16 sont en option sport, 12 en option latin dont 4 qui sont inscrits aux deux. La probabilité de choisir au hasard un élève inscrit en option latin (événement L) ou en option sport (S) est :

$$P(L\cup S)=P(L)+P(S)-P(L\cap S)=\frac{12}{34}+\frac{16}{34}-\frac{4}{34}=\frac{24}{34}.$$

Pour s'exercer

35 On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à sa valeur.
1. Donner l'univers associé à cette expérience aléatoire.
2. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
3. Quelle est la probabilité de tirer un as ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une figure ?

36 On fait tourner une roue partagée en cinq secteurs de même section angulaire. Trois d'entre eux sont blancs numérotés de 1 à 3. Les deux autres sont rouges numérotés de 1 à 2. On s'intéresse à leur couleur et au numéro sur lequel on tombe lorsqu'on fait tourner cette roue.
1. Donner un exemple d'événement impossible.
2. Donner un exemple d'événement certain.
3. Donner un exemple d'événements incompatibles.

37 Sur une classe de terminale de 32 élèves, quatre d'entre eux n'ont pas obtenu le bac. Six élèves ont reçu un avis défavorable du conseil de classe et, parmi eux, deux n'ont pas obtenu le bac. On tire au sort un élève de cette classe. Calculer la probabilité :
1. qu'il ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable ;
2. qu'il ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable.

38 On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100. On considère les événements suivants :
A : « le nombre choisi est le carré d'un entier » ;
B : « le nombre choisi est le cube d'un entier ».
1. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?
2. Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ et enfin $P(A\cup B)$.

VII. Algorithme (en langage Python) :

Pour rappel vous pouvez vous aider avec les vidéos : http://www.jaicompris.com/python.php (travaillé en SNT)

Exercice 1 :

Partie A : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

```
t=50
n=0
while t>0.5:
    t=t/2
    n=n+1
print(n)
```

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme : (le nombre de colonnes ne doit pas vous influencer)

t	50							
n	0							
t>0.5	VRAI							

Partie B : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

```
s=0
for k in range (7):
    s=s+2**k
```

1) k va prendre successivement quelles valeurs ?

2) Compléter le tableau ci-dessous :

k								
s	0							

Partie C : On dispose d'une ficelle de 80m. On la coupe en deux morceaux de même longueur. Puis on coup à nouveau chaque morceau obtenu en deux morceaux de même longueur.

Ainsi de suite jusqu'à ce que tous les morceaux obtenus aient une même longueur inférieure à 50cm.

Quelle est cette longueur ? Combien de coups de ciseaux ont été nécessaires ? Ecrire un algorithme en langage Python qui nous permettrait de répondre à ces deux questions.

Exercice 2 :

Partie A : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

```
a=float(input("Rentrez la valeur de a:"))

if a>10:
    print(a,"est supérieur à 10")
else:
    print(a,"est inférieur ou égal à 10")
```

Qu'affiche l'algorithme quand on saisit 10 comme valeur de a ? et pour 13 comme valeur de a.

Partie B : Un magasin solde ses articles en appliquant une réduction de 5% si le prix de l'article est inférieur à 100€ et une réduction de 5€ dans le cas contraire.

1. Un article coûte 85€. Calculer son prix après réduction.

2. Un article coûte 120€. Calculer son prix après réduction.

3. Ecrire un algorithme (en langage Python) qui quand on lui donne le prix P d'un article, détermine puis affiche son prix après réduction.

Exercice 3 : (algorithme plus compliqué)

```
1  from random import*
2  def simulation(n):
3      s=0
4      for i in range (0,n):
5          f=randint(1,6)
6          if f==6:
7              s=s+1
8      return(s/n)
9  for k in range (1,11):
10     p=simulation(100)
11     print("Simulation",k,"La
fréquence de fois ou on a obtenu
la face 6 est de",p)
```

Ci-contre un algorithme en langage Python permettant de simuler n fois un lancer d'un dès équilibré à 6 faces numérotés de 1 à 6 . Il permet de compter le nombre de fois où on obtient la face 6

1) Expliquer la ligne 5 ; 8 ; 9 ; 10 et 11.

2) Ecrire en langage Python, un algorithme permettant de simuler un lancer de pièce équilibré 100 fois et de compter le nombre de pile obtenu.