

# Mathématiques : Préparation Spécialité de première

En première les nouvelles notions sont nombreuses et le rythme de progression est plus rapide qu'en classe de 2<sup>nd</sup>. Il est indispensable que le travail personnel soit régulier et approfondi.

Pour faciliter la remise au travail à la fin des vacances estivales, ce fichier contient des rappels de cours à connaître et des exercices d'application. Il n'est pas exhaustif. Traiter en priorité les thématiques :

I.	Ensemble de nombres : .....	1
II.	Les différentes règles de calculs : .....	2
III.	Notion de fonctions : .....	4
IV.	Résolution algébrique d'équation ou d'inéquation : .....	6

Nous vous proposerons une correction succincte en début d'année, vos professeurs répondront à vos questions afin de consolider vos acquis. En réalisant ce travail sérieusement vous démarrerez l'année sur de bonnes bases.

## II. Les différentes règles de calculs :

1. Avec des fractions :

Pour tous réels  $a, b, c$  et  $d$  non-nuls :

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

**Applications :** Calculer sans calculatrice (puis vérifier à la calculatrice)

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$$

$$B = 3 \left( \frac{2}{5} - \frac{6}{7} \right)$$

$$C = \frac{1}{3} - \frac{1}{\frac{2}{3}}$$

$$D = \frac{1+\frac{1}{6}}{1+\frac{1}{5}}$$

2. Avec des puissances :

Pour tous réels  $a$  et  $b$  non-nuls. Pour tous entiers naturels  $n$  et  $p$ .

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^n \times a^p = a^{n+p}$$

$$\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$$

$$(a^n)^p = a^{np}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

(Attention  $(a + b)^n \neq a^n + b^n$ )

$$\left( \frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

**Applications :** Vrai / Faux (sans calculatrice, cocher les égalités vraies) :

$5^{-2} = 0,05$

$2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3} = 0,023$

$5^3 + 5^{-7} = 5^{-4}$

$5^3 + 5^{-7} = 10^{-4}$

$5^3 \times 5^{-7} = 5^{-4}$

$5^3 \times 5^{-7} = 5^{-21}$

$(5^3)^{-7} = 5^{-21}$

$(5^3)^{-7} = 5^{-4}$

$\frac{5^3}{5^{-7}} = 5^{10}$

$\frac{5^3}{5^{-7}} = 5^{-4}$

$\frac{5^3}{5^{-7}} = 5^{-4}$

$5^3 + 2^3 = 7^3$

$5^3 \times 2^3 = 10^3$

$\frac{5^3}{2^3} = \left( \frac{5}{2} \right)^3$

$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$

$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$

$\frac{1}{3^4} = -3^4$

3. Calcul littéral :

Les identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ne pas confondre :

$$a \times (b + c) = ab + ac$$

$$a \times (b - c) = ab - ac$$

ne pas confondre :

$$x \times x \times x = x^3$$

$$x + x + x = 3x$$

**Applications**

1) Développer les expressions suivantes :

$$A = 2x(3x - 5)$$

$$B = (2x - 3)^2$$

$$C = (5 - 3x)(2 - x)$$

$$D = 5x(2 - 3x) - (5 - 2x)^2$$

2) Compléter les égalités suivantes :

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2;$$

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2;$$

$$x^2 - 7x + \frac{49}{4} = \left( x - \frac{7}{2} \right)^2$$

3) Factoriser les expressions suivantes :

$$E = 3x^2 - 2x$$

$$C = 4 - x^2$$

$$D = x^2 - 4x + 4$$

$$E = x^2 + 10x + 25$$

4. Avec des racines :

Pour tous  $a$  et  $b$  positifs :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \sqrt{b}$$

$$\text{Si } b \neq 0, \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a$$

**Attention :**  $\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

**Applications :**

1) Ecrire sans la racine carrée au dénominateur puis simplifier (sans utiliser la calculatrice)

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{6-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$

$$D = \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{10}}$$

**QCM** pour tout  $a$  réel positif

1°)  $(\sqrt{a} + 1)^2 - (\sqrt{a} - 1)^2 = \dots$

$4\sqrt{a}$

$a$

$2$

2°)  $(1 - 4\sqrt{a})(1 + 2\sqrt{a}) = \dots$

$1 - 8\sqrt{a}$

$1 - 10\sqrt{a}$

$1 - 2\sqrt{a} - 8a$

3°)  $\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \dots$

$12$

$5\sqrt{2}$

$2\sqrt{5}$

5. La valeur-absolue d'un nombre :

$$|x| = \begin{cases} -x & \text{si } x < 0 \\ x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**Applications :**

Sans utiliser la calculatrice écrire les nombres suivants sans :

$$A = |-7|$$

$$B = |\pi - 1|$$

$$C = |1 - \sqrt{2}|$$

### III. Notion de fonctions :

#### 1. Généralités :

Une fonction est un procédé qui permet d'associer à un nombre, un **unique** autre nombre appelé **image**.

Si on appelle  $f$  cette fonction, l'image de  $x$  par la fonction  $f$  sera notée  $f(x)$ . On peut noter  $f: x \rightarrow f(x)$

L'**ensemble de définition** d'une fonction est l'ensemble des nombres réels pour lesquels on peut calculer une unique image.

On peut le noter  $D_f$  (pour une fonction  $f$ )

La **courbe représentative de  $f$**  (on note souvent  $C_f$ ) est l'ensemble des points de coordonnées  $(x; f(x))$  en faisant prendre à  $x$  toutes les valeurs de l'ensemble de définition.

Soient  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  et  $a \in I$ .

Si  $f(a) = b$ , alors on dit que :

- $b$  est l'**image** de  $a$  par la fonction  $f$ .
- $a$  est un **antécédent** de  $b$  par la fonction  $f$

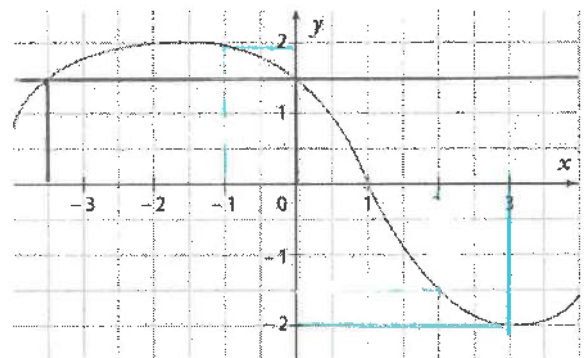
#### Applications – Recherche d'image et recherche d'antécédents

1) Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 5 - 2x$

- Calculer l'image de -5 ; de 2 et de  $\sqrt{2}+3$  par la fonction  $f$ .
- Rechercher les éventuels antécédents de 3 par la fonction  $f$ .

2) Soit la fonction  $g$  définie sur  $[-4; 4]$  ; sa courbe représentative est représentée ci-contre.

- Graphiquement rechercher les images éventuelles de -1 ; de 1 et de 3.
- Graphiquement rechercher les antécédents éventuels de 1,5 et de 2,5.



#### 2. Variation d'une fonction :

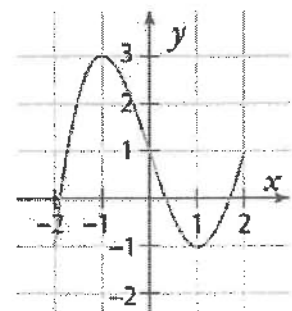
Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ .

- $f$  est **croissante** sur  $I$  signifie que pour tous les réels  $a$  et  $b$  de  $I$  : si  $a < b$  alors  $f(a) \leq f(b)$ .
- $f$  est **décroissante** sur  $I$  signifie que pour tous les réels  $a$  et  $b$  de  $I$  : si  $a < b$  alors  $f(a) \geq f(b)$ .
- $f$  est **constante** sur  $I$  signifie que pour tous les réels  $a$  et  $b$  de  $I$  :  $f(a) = f(b)$ .
- Une fonction  $f$  est **monotone** sur  $I$  signifie que  $f$  est soit croissante sur  $I$ , soit décroissante sur  $I$ .

#### Applications :

1) Dresser le tableau de variation de la fonction  $g$  représenté ci-contre

2) Ci-dessous est dressé le tableau de variation d'une fonction  $f$ .



$x$	-4	-1	1	3	3,5
$f$	-4	-2	-5	0	-1

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction  $f$ .

b) Comparer si possible en justifiant :

$$f(0) \text{ et } f(1); \quad f(-3) \text{ et } f(-2); \quad f(-2) \text{ et } f(0); \quad f(-2) \text{ et } f(3,25)$$

### 3. Fonctions de références :

#### a. Généralités :

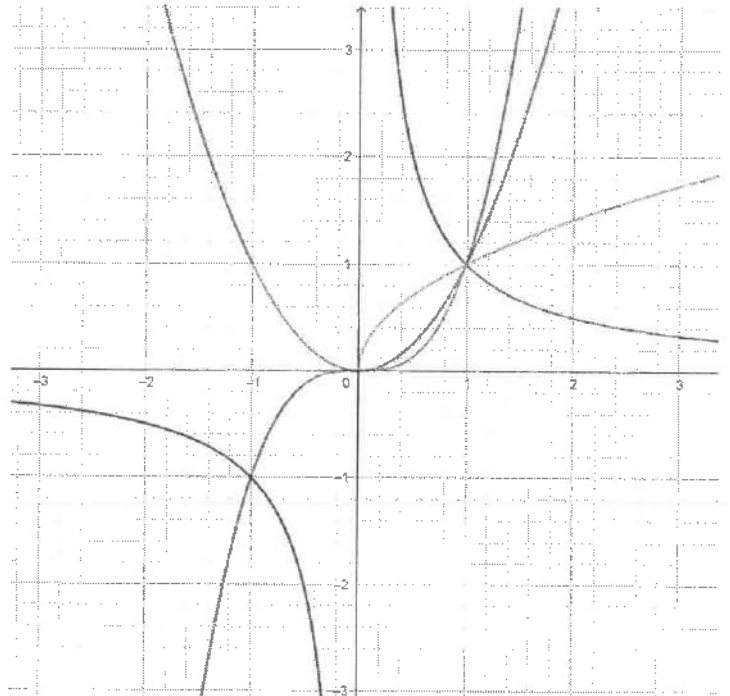
On a représenté ci-contre les 4 fonctions de références au programme de seconde.

La courbe bleue représente la fonction *inverse* définie sur  $\mathbb{R}^+$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$

La courbe verte représente la fonction *carré* définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^2$

La courbe orange représente la fonction *racine carré* définie sur  $\mathbb{R}^+$  par  $h(x) = \sqrt{x}$

La courbe rouge représente la fonction *cube* définie sur  $\mathbb{R}$  par  $i(x) = x^3$



#### b. Variations :

Pour tous réels  $a$  et  $b$  :

Si  $0 \leq a < b$  alors  $a^2 < b^2$  car la fonction carré est strictement *croissante* sur  $\mathbb{R}^+$

Si  $a < b \leq 0$  alors  $a^2 > b^2$  car la fonction carré est strictement *décroissante* sur  $\mathbb{R}^-$

Si  $0 \leq a < b$  alors  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$  car la fonction racine carré est strictement *croissante* sur  $\mathbb{R}^+$

Si  $a < b$  alors  $a^3 < b^3$  car la fonction cube est strictement *croissante* sur  $\mathbb{R}$

Si  $0 < a < b$  alors  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  car la fonction inverse est strictement *décroissante* sur  $\mathbb{R}^{++}$

Si  $a < b < 0$  alors  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  car la fonction inverse est strictement *croissante* sur  $\mathbb{R}^{-*}$

### 4) Exercices bilan :

#### Exercice 1

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[-4; 5]$  dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

$x$	-4	-1	3	5
$f(x)$	1	6	-2	2

1. Pour chacune des affirmations, répondre par « vrai », « faux » ou « on ne peut pas savoir ». Justifier.

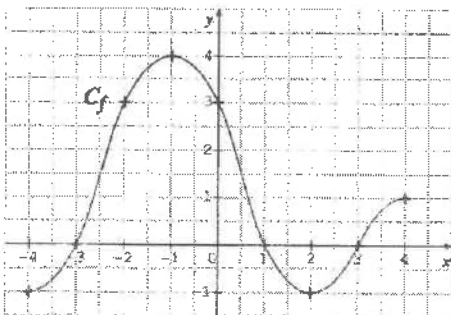
$f(-3) < f(-2)$        $f(0) < f(0,5)$        $f(3,1) < f(3,2)$        $f(2,9) > f(3,1)$

$f(4) < f(-2)$        $f(4) = 0$       le minimum de  $f$  est -4      le maximum de  $f$  est 6

2. Donner le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 0$  et un encadrement le plus précis possible de chaque solution.

#### Exercice 2

Soit  $f$  la fonction dont la représentation graphique  $C_f$  est donnée ci-dessous.



L'ensemble de définition de la fonction  $f$  est

$[-4; 4]$

$f(0,5) = 1,5$  ;  $f(4) = 1$

L'image de 0 par la fonction  $f$  est 3

-1 a pour image 4 par la fonction  $f$  ;

$f(x) = 3$  a pour solution

$S = [-2; 0]$

$f(x) > 0$  a pour solution

$S = ]-3; 1[ \cup ]3; 4]$

Le minimum de la fonction  $f$  est -1 ; Le maximum de la fonction  $f$  est 4

Dresser le tableau de variations et le tableau de signes de la fonction  $f$ .

#### IV. Résolution algébrique d'équation ou d'inéquation :

1. Equations :

$\Leftrightarrow$  signifie « est équivalent à »

$$A(x) \times B(x) = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

$$\frac{A(x)}{B(x)} = 0 \Leftrightarrow A(x) = 0 \text{ et } B(x) \neq 0$$

Pour tout réel  $a$

Si  $a < 0$  :  $x^2 = a$  n'a pas de solution.

Si  $a = 0$  :  $x^2 = a \Leftrightarrow x = 0$

Si  $a > 0$  :  $x^2 = a \Leftrightarrow x = -\sqrt{a}$  et  $x = \sqrt{a}$

#### Exercice 1 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

$$(2x + 3)(5 - x) = 0$$

$$\frac{(4x+3)(2-3x)}{3x-2} = 0$$

$$x(3x - 1) = x(2x + 3)$$

$$4x^2 - 1 + x(2x + 1) = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 2(x - 3)$$

$$\frac{25 - (x-3)^2}{x+2} = 0$$

2. Signe d'une expression :

**QCM (une seule bonne réponse)**

1°) Le produit de deux facteurs négatifs est

négatif

positif

ça dépend des facteurs

2°) Le produit de deux facteurs positifs est

négatif

positif

ça dépend des facteurs

3°) Le produit de deux facteurs de signes contraires est

négatif

positif

ça dépend des facteurs

4°) La somme de deux termes négatifs est

négative

positive

ça dépend des termes

5°) La somme de deux termes positifs est

négative

positive

ça dépend des termes

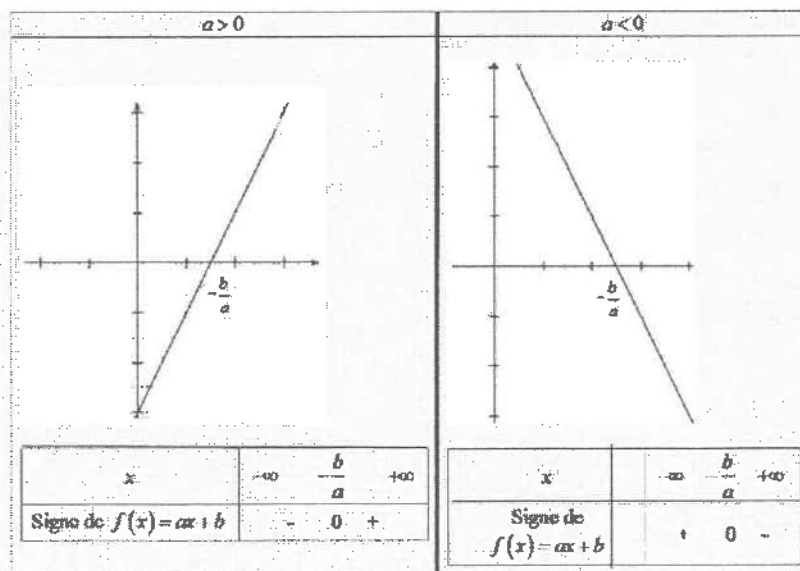
6°) La somme de deux termes de signes contraires est

négative

positive

ça dépend des termes

3. Signe d'une fonction affine :



**Exercice 1 :**

Résoudre algébriquement les inéquations suivantes :

$$(1 + 2x)(4x - 3) \leq 0$$

$$x^2 > (3x + 1)^2$$

$$\frac{(4x+3)(2-3x)}{3x-2} \geq 0$$

$$4x^2 - 1 + x(2x + 1) < 0$$

$$x^2 - 6x + 9 \leq 2(x - 3)$$

$$\frac{25-(x-3)^2}{x+2} > 0$$

**Exercice 2 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -2x(x + 1)(3 - x)$ .

1. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 0$ . (Préciser la fenêtre de l'affichage utilisée).
2. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de la fonction  $f$ .
3. Vérifier le résultat de la question 1.

**Exercice 3 :**

Soit  $g$  la fonction définie par  $g(x) = \frac{1-2x}{x-4}$

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction  $g$ .
2. Déterminer l'image de  $\frac{3}{4}$  et le(s) antécédent(s) de 0, s'il(s) existe(nt), par la fonction  $g$ .
3. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation  $g(x) \geq 5$ . (Préciser la fenêtre de l'affichage).
4. Montrer que pour tout réel  $x \neq 4$  on a  $g(x) - 5 = \frac{-7x+21}{x-4}$
5. Vérifier le résultat de la question 3.

## 4. Résolution d'un système d'équations :

**Résoudre par substitution**

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 5x + 3y = -21 \end{cases}$$

**Méthode :**

A utiliser que lorsque au moins un coefficient est égal à 1 ou  $-1$  pour éviter les fractions.

A partir d'une équation, isoler une inconnue.

Dans l'autre équation, remplacer cette inconnue par l'expression trouvée, puis résoudre cette équation.

Dans une équation, remplacer l'inconnue trouvée par sa valeur.

Conclure.

**Résoudre par combinaison linéaire**

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$$

**Méthode :**

Multiplier une ou les deux équations par des nombres bien choisis pour que, lorsqu'ensuite on additionne ou on soustrait les équations, une inconnue disparaisse.

A partir du système initial, faire de même pour faire disparaître l'autre inconnue.

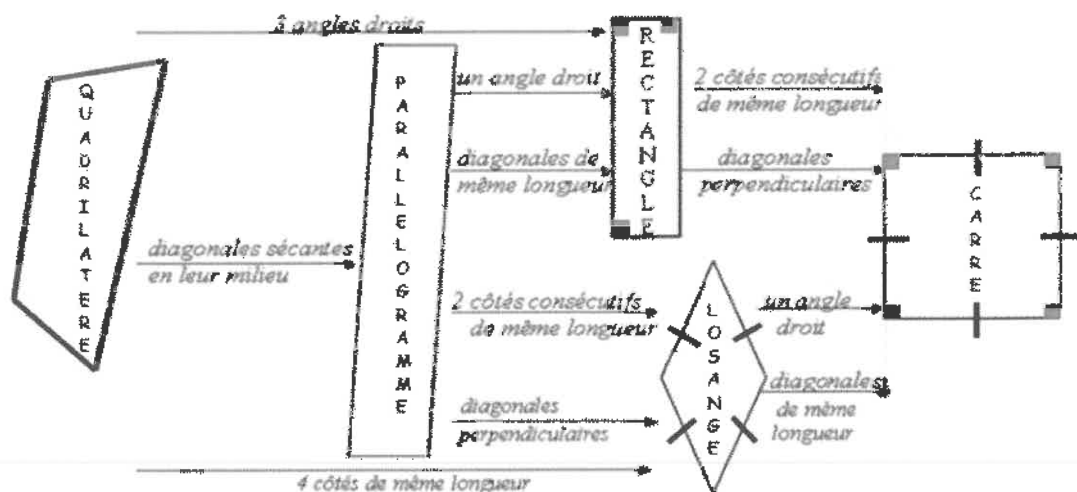
Pour faire disparaître une inconnue, on peut multiplier chaque équation par le coefficient de l'inconnue de l'autre équation, puis soustraire.

Conclure.

Résoudre les deux systèmes ci-dessus en suivant la méthode proposée.

## V. Géométrie :

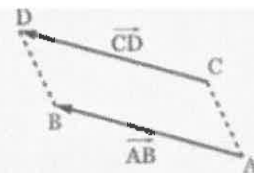
### 1. Quadrilatères :



### 2. Vecteurs :

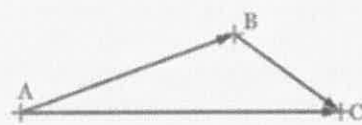
► Le vecteur  $\overrightarrow{AB}$  est défini par une direction (celle de la droite  $(AB)$ ), un sens (de  $A$  vers  $B$ ) et une norme (la longueur  $AB$ ). La translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$  associée à tout point  $C$  du plan l'unique point  $D$  tel que  $ABDC$  est un parallélogramme.  
Le vecteur  $-\overrightarrow{AB}$  est le vecteur opposé à  $\overrightarrow{AB}$  : on le note aussi  $\overrightarrow{BA}$ .

Exemple.



► Pour tous points  $A, B, C$  et  $D$  du plan, on a  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$  (relation de Chasles) et  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow ABDC$  est un parallélogramme.

Exemple.



► On considère les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ .  
Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  sont  $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ .  
On considère les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ .  
Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{u+w}$  sont  $\begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}$ .

Exemple. On considère les points  $A(-2; 0)$  et  $B(1; 4)$  et le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$  sont  $\begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 4 - 0 \end{pmatrix}$  soit  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ , donc celles de  $\overrightarrow{AB} + \vec{u}$  sont  $\begin{pmatrix} 3-2 \\ 4+2 \end{pmatrix}$  soit  $\begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix}$ .

► Deux vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$  sont colinéaires lorsqu'il existe un réel  $\lambda$  tel que  $\vec{u} = \lambda \vec{w}$ . Ces vecteurs ont alors la même direction. De plus, ils sont colinéaires si et seulement si leur déterminant  $xy' - x'y$  est nul. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur.

Exemple.  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$  sont colinéaires car  $\vec{w} = -3\vec{u}$ .  
Leur déterminant est bien égal à 0 car  $2 \times 9 - (-3) \times (-6) = 18 - 18 = 0$ .

► Les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles si et seulement si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$  sont colinéaires.

Exemple.



► Les points  $A, B$  et  $C$ , distincts deux à deux, sont alignés si et seulement si les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{BC}$  sont colinéaires.

Exemple.



### Pour s'exercer

- 29** 1. Construire un triangle  $ABC$  quelconque.  
2. Placer le point  $D$  tel que  $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ .  
3. Simplifier l'expression vectorielle  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$ .  
4. Construire un vecteur  $\vec{u}$  tel que  $\vec{u} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$ .

- 30** Soient  $A(2; 6)$ ,  $B(8; 2)$ ,  $C(3; 2)$ ,  $D(6; 0)$  et  $E(18; -8)$  cinq points dans un repère orthonormé.  
1. Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont parallèles.  
2. Les points  $C, D$  et  $E$  sont-ils alignés ? Justifier.  
3. Calculer les coordonnées du vecteur  $\vec{u} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BE}$ .



### 3. Equations de droites :

#### a) Equations réduites de droites :

On se place dans un repère.

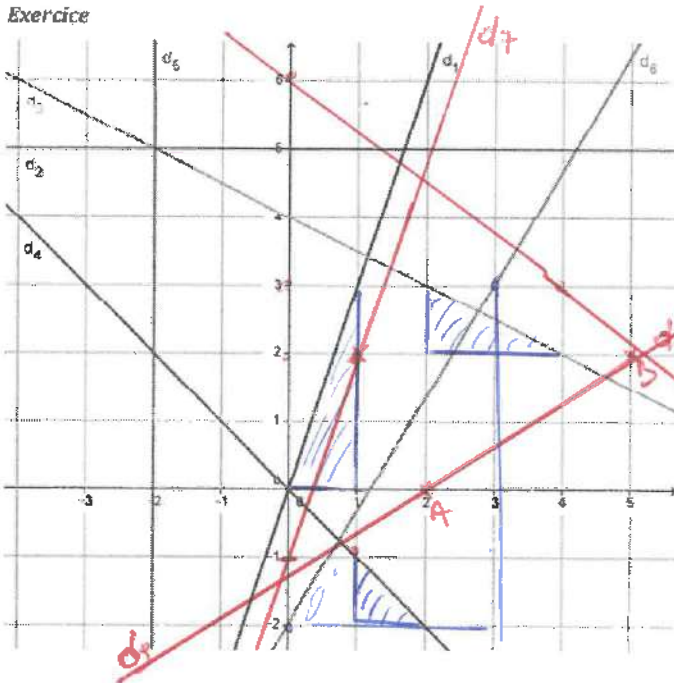
Soit  $d$  une droite d'équation  $y = mx + p$

$m$  est appelé *coefficient directeur* et  $p$  est appelé *ordonnée à l'origine*.

On considère les points  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$ .

Si  $x_A \neq x_B$  alors le coefficient directeur de la droite  $(AB)$  est égal à  $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

#### Exercice



Par lecture graphique, donner une équation de chacune des droites  $d_1$  à  $d_6$ .

$d_1 : y = 3x$

$d_2 : y = 5$

$d_3 : y = -\frac{1}{2}x + 4$

$d_4 : y = -x$

$d_5 : x = 2$

$d_6 : y = \frac{5}{3}x - 2$

Dans le repère ci-contre, tracer les droites  $d_7$  à  $d_9$  telles que

$d_7 : y = 3x - 1$

$d_8 : y = -\frac{3}{4}x + 6$

$d_9 : y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$  *parce que  $2 \cdot 2 = \frac{2}{3} \cdot 2 - \frac{4}{3} = 0$*

*$A(2; 0) \in d_9$*

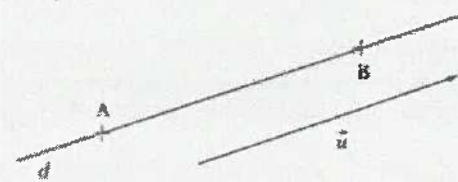
*$B(5; \frac{2}{3}) \in d_9$*

#### b) Equations cartésienne de droite :

Une droite  $d$  peut être définie par :

- un de ses vecteurs directeurs  $\vec{u}$  tel que  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$  où  $A$  et  $B$  sont deux points distincts de  $d$  ;
- une équation cartésienne  $ax + by + c = 0$  où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels.

Exemple.



Le vecteur  $\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$  est un vecteur directeur de la droite d'équation  $ax + by + c = 0$ .

Exemple. La droite d'équation  $3x - y + 2 = 0$  admet pour vecteur directeur le vecteur  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

Deux droites d'équations respectives  $ax + by + c = 0$  et  $a'x + b'y + c' = 0$  sont sécantes si et seulement si  $ab' - a'b \neq 0$ . Sinon elles sont strictement parallèles ou confondues.

Exemple. Les droites d'équations respectives  $3x - y = 0$  et  $-8x + 3y + 5 = 0$  sont sécantes car  $3 \times 3 - (-1) \times (-8) = 1 \neq 0$ .

Si deux droites d'équations respectives  $ax + by + c = 0$  et  $a'x + b'y + c' = 0$  sont sécantes, alors leur point d'intersection a pour coordonnées le couple solution du système formé par les deux équations.

Exemple. Le point d'intersection des droites de l'exemple précédent a pour coordonnées le couple solution du système  $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ -8x + 3y + 5 = 0 \end{cases}$  soit  $(-5; -15)$ .

#### Pour s'exercer

On considère les points  $A(4; 3)$ ,  $B(-2; 0)$ ,  $C(0; 2)$  et  $D(1; -2)$ .

- Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(AB)$  et l'équation réduite de la droite  $(CD)$ .
- Montrer que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  sont sécantes.
- Déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

## VI. Statistiques et pourcentages :

### 1. Pourcentages :

Le taux d'évolution d'une valeur  $y_1$  à une valeur  $y_2$  est  $T = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$

Augmenter une quantité de  $x\%$  revient à multiplier cette quantité par  $\dots \frac{1+x}{100} \dots$

Diminuer une quantité de  $x\%$  revient à multiplier cette quantité par  $\dots \frac{1-x}{100} \dots$

Faire évoluer une quantité d'un taux  $t$  revient à multiplier cette quantité par  $\dots 1+t \dots$

Faire évoluer une quantité d'un taux  $t_1$  puis d'un taux  $t_2$  revient à multiplier cette quantité par  $\dots (1+t_1) \times (1+t_2) \dots$

Le taux d'évolution réciproque d'une évolution de taux  $t$  est égale à  $\dots \frac{1}{1+t} \dots$

### Applications :

1. Le prix d'un article est passé en un mois de 28€ à 29,54€. Déterminer le taux d'évolution de cet article.  $\frac{29,54 - 28}{28} = 0,05$

2. Le prix d'une matière première a augmenté de 150%. Il a été multiplié par  $\dots 2,5 \dots \left(1 + \frac{150}{100}\right)$

3. Un prix a été multiplié par 0,75. Il a subi une diminution de 25%;

4. Un produit en ventes à 145€ a subi une baisse de 5% puis une augmentation de 2%.

Déterminer son nouveau prix.  $145 \xrightarrow{\times 0,95} 137,25 \xrightarrow{\times 1,02} 140,50$ . Nouveau prix: 140,50 €

5. Le prix d'un article toutes taxes comprises (TTC) est le prix hors taxes (HT) augmenté de la TVA.

Le prix TTC d'un article est 150€. Déterminer son prix HT avec une TVA de 20%.  $150 \times \frac{1}{1 + \frac{20}{100}} = 125 \text{ €}$

6. Le cours d'une action a diminué de 18%, de combien elle devrait augmenter pour que l'action retrouve son cours initial.

$V_0 \xrightarrow{\times 0,82} V_1 \xrightarrow{\times \frac{100}{98}} V_2$

### 2. Statistiques descriptives :

Les indicateurs statistiques se calculent rapidement avec la calculatrice en entrant les valeurs dans des listes.

Toutefois, la moyenne d'une série statistique  $\{x_1, x_2, \dots, x_p\}$  de  $p$  valeurs pondérées par les effectifs  $\{n_1, n_2, \dots, n_p\}$  se calcule à partir

de la formule :  $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$

Exemple. La moyenne de la série

$x_i$	0	2	5	10
$n_i$	8	5	4	3

est :  $\bar{x} = \frac{8 \times 0 + 5 \times 2 + 4 \times 5 + 3 \times 10}{8 + 5 + 4 + 3} = 3$ .

L'écart-type mesure la dispersion autour de la moyenne, il se calcule avec la formule :

$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_p(x_p - \bar{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}}$

Exemple. Dans l'exemple précédent, l'écart-type est :

$\sigma = \sqrt{\frac{8(0-3)^2 + 5(2-3)^2 + 4(5-3)^2 + 3(10-3)^2}{8+5+4+3}} \approx 3,5$ .

### Application :

Le tableau suivant donne les âges des membres d'un club de sport.

Age (ans)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	6	7	9	8	6	4	3

1) Déterminer la moyenne et l'écart type.

2) Dresser le tableau des effectifs cumulés croissant et déterminer la médiane et les quartiles de cette série.

3) Interpréter la médiane et le premier quartile.

## VII. Probabilités :

► L'univers d'une expérience aléatoire est l'ensemble des issues possibles. On associe à celles-ci des probabilités dont la somme vaut 1.  
Toute probabilité est un nombre compris dans l'intervalle  $[0; 1]$ .  
On parle d'équiprobabilité quand toutes les probabilités des issues sont égales.

► Un événement est un ensemble d'issues. Sa probabilité est la somme des probabilités des issues le composant.  
L'événement impossible a pour probabilité 0.  
L'événement certain a pour probabilité 1.

► L'événement complémentaire  $\bar{A}$  est l'ensemble des issues que ne réalise pas l'événement  $A$ . Sa probabilité est  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .

►  $A \cap B$  est l'ensemble des issues qui réalisent les événements  $A$  et  $B$  à la fois. On l'appelle intersection de  $A$  et  $B$ . Si  $P(A \cap B) = 0$ , on dit que les événements  $A$  et  $B$  sont incompatibles. Dans ce cas,  $A \cap B = \emptyset$ .  
 $A \cup B$  est l'ensemble des issues qui réalisent  $A$  ou  $B$  (au moins l'un des deux). On l'appelle union de  $A$  et  $B$ .  
On a la formule  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ .

**Exemple.** On lance un dé cubique et on lit le numéro de la face supérieure.

L'univers est donc  $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ .

Les probabilités de ces six issues sont toutes égales à  $\frac{1}{6}$ .

**Exemple.** Dans l'expérience ci-dessus, la probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair » vaut  $3 \times \frac{1}{6} = 0,5$ . « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un événement impossible. « Obtenir un nombre inférieur à 7 » est un événement certain.

**Exemple.** L'événement complémentaire de « obtenir un nombre pair » est l'événement « obtenir un nombre impair ». Sa probabilité est  $1 - 0,5 = 0,5$ .

**Exemple.** Dans une classe de 34 élèves, 16 sont en option sport, 12 en option latin dont 4 qui sont inscrits aux deux. La probabilité de choisir au hasard un élève inscrit en option latin (événement  $L$ ) ou en option sport ( $S$ ) est :

$$\begin{aligned} P(L \cup S) &= P(L) + P(S) - P(L \cap S) \\ &= \frac{12}{34} + \frac{16}{34} - \frac{4}{34} = \frac{24}{34}. \end{aligned}$$

### Pour s'exercer

**35** On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes et on s'intéresse à sa valeur.

1. Donner l'univers associé à cette expérience aléatoire.
2. Est-ce une situation d'équiprobabilité ?
3. Quelle est la probabilité de tirer un as ?
4. Quelle est la probabilité de tirer une figure ?

**36** On fait tourner une roue partagée en cinq secteurs de même section angulaire. Trois d'entre eux sont blancs numérotés de 1 à 3. Les deux autres sont rouges numérotés de 1 à 2. On s'intéresse à leur couleur et au numéro sur lequel on tombe lorsqu'on fait tourner cette roue.

1. Donner un exemple d'événement impossible.
2. Donner un exemple d'événement certain.
3. Donner un exemple d'événements incompatibles.

**37** Sur une classe de terminale de 32 élèves, quatre d'entre eux n'ont pas obtenu le bac. Six élèves ont reçu un avis défavorable du conseil de classe et, parmi eux, deux n'ont pas obtenu le bac. On tire au sort un élève de cette classe. Calculer la probabilité :

1. qu'il ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable ;
2. qu'il ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable.

**38** On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100. On considère les événements suivants :

$A$  : « le nombre choisi est le carré d'un entier » ;

$B$  : « le nombre choisi est le cube d'un entier ».

1. Les événements  $A$  et  $B$  sont-ils incompatibles ?
2. Calculer  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$  et enfin  $P(A \cup B)$ .

## VIII. Algorithmes (en langage Python) :

Pour rappel vous pouvez vous aider avec les vidéos : <http://www.jaicompris.com/python.php> (travaillé en SNT).

### Exercice 1 :

Partie A : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

Compléter le tableau ci-dessous donnant l'état des variables au cours du traitement de l'algorithme : (le nombre de colonnes ne doit pas vous influencer)

```
1 t=50
2 n=0
3 while t>0.5:
4     t=t/2
5     n=n+1
6 print(n)
```

t	50							
n	0							
t>0.5	VRAI							

Partie B : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

1) k va prendre successivement quelles valeurs ?

2) Compléter le tableau ci-dessous :

```
1 s=0
2 for k in range (7):
3     s=s+2**k
```

k								
s	0							

Partie C : On dispose d'une ficelle de 80m. On la coupe en deux morceaux de même longueur. Puis on coupe chaque morceau obtenu en deux morceaux de même longueur.

Ainsi de suite jusqu'à ce que tous les morceaux obtenus aient une même longueur inférieure à 50cm.

Quelle est cette longueur ? Combien de coups de ciseaux ont été nécessaires ? Ecrire un algorithme en langage Python qui nous permettrait de répondre à ces deux questions.

### Exercice 2 :

Partie A : On exécute l'algorithme ci-contre (en langage Python)

Qu'affiche l'algorithme quand on saisit 10 comme valeur de a ? et pour 13 comme valeur de a.

```
1 a=float(input("Rentrez la valeur de a:"))
2
3 if a>10:
4     print(a,"est supérieur à 10")
5 else:
6     print(a,"est inférieur ou égal à 10")
```

Partie B : Un magasin solde ses articles en appliquant une réduction de 5% si le prix de l'article est inférieur à 100€ et une réduction de 5€ dans le cas contraire.

1. Un article coûte 85€. Calculer son prix après réduction.

2. Un article coûte 120€. Calculer son prix après réduction.

3. Ecrire un algorithme (en langage Python) qui quand on lui donne le prix P d'un article, détermine puis affiche son prix après réduction.

### Exercice 3 : (algorithme plus compliqué)

Ci-contre un algorithme en langage Python permettant de simuler n fois un lancer d'un dé équilibré à 6 faces numérotées de 1 à 6 .

Il permet de compter le nombre de fois où on obtient la face 6

1) Expliquer la ligne 5 ; 8 ; 9 ; 10 et 11.

2) Ecrire en langage Python, un algorithme permettant de simuler un lancer de pièce équilibré 100 fois et de compter le nombre de pile obtenu.

```
1 from random import*
2 def simulation(n):
3     s=0
4     for i in range (0,n):
5         f=randint(1,6)
6         if f==6:
7             s=s+1
8     return(s/n)
9 for k in range (1,11):
10    p=simulation(100)
11    print("Simulation",k,"La
fréquence de fois ou on a obtenu
la face 6 est de",p)
```

# Correction: Maths - Préparation Spécialité de première

1

I) Ensemble de nombres: voir sujet

II) Les différentes règles de calculs.

## 1) FRACTIONS

### Applications

$$A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$
$$= \frac{6}{6} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$$
$$= \frac{11}{6}$$

$$B = 3 \left( \frac{2}{5} - \frac{6}{7} \right)$$
$$= 3 \left( \frac{14}{35} - \frac{30}{35} \right)$$
$$= 3 \times \left( -\frac{16}{35} \right)$$
$$= -\frac{48}{35}$$

$$C = \frac{1}{3} - \frac{1}{5}$$
$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} - 1 \times \frac{3}{2}$$
$$= \frac{1}{6} - \frac{3}{2}$$
$$= \frac{1}{6} - \frac{9}{6}$$
$$= -\frac{8}{6}$$
$$= -\frac{4}{3}$$

$$D = \frac{1 + \frac{1}{5}}{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}}$$
$$= \frac{\frac{6}{5} + \frac{1}{5}}{\frac{6}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}}$$
$$= \frac{\frac{7}{5}}{\frac{13}{6}}$$
$$= \frac{7}{5} \times \frac{6}{13}$$
$$= \frac{42}{65}$$

2) RACINES: voir sujet

### 3) CALCUL LITTÉRAL

$$A = 2x(3x-5)$$
$$= 6x^2 - 10x$$

$$B = (2x-3)^2$$
$$= 4x^2 - 12x + 9$$

$$C = (5-3x)(2-x)$$
$$= 10 - 5x - 6x + 3x^2$$
$$= 3x^2 - 11x + 10$$

$$D = 5x(2-3x) - (5-2x)^2$$
$$= 10x - 15x^2 - (25 - 20x + 4x^2)$$
$$= 10x - 15x^2 - 25 + 20x - 4x^2$$
$$= -19x^2 + 30x - 25$$

3) Voir exercice

expliquer:  $x^2 + 2xx + 9 = (x+3)^2$

$$E = 3x^2 - 2x$$
$$= 3x \times x - 2 \times x$$
$$= x(3x-2)$$

$$C = 4 - x^2$$
$$= 2^2 - x^2$$
$$= (2+x)(2-x)$$

$$D = x^2 - 4x + 4$$
$$= x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2$$
$$= (x-2)^2$$

$$E = x^2 + 10x + 25$$
$$= x^2 + 2 \times 5 \times x + 5^2$$
$$= (x+5)^2$$

## 4) RACINES

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$$
$$= \frac{3 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$
$$= \frac{3\sqrt{3}}{2 \times 3}$$
$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$C = \frac{6-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$$
$$= \frac{(6-\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$
$$= \frac{6\sqrt{5}-5}{5}$$

$$D = \frac{2-\sqrt{5}}{2-\sqrt{10}}$$
$$= \frac{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{10})}{(2-\sqrt{10})(2+\sqrt{10})}$$
$$= \frac{4 + 2\sqrt{20} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{10} - 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}}$$
$$= \frac{4 + 2\sqrt{20} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}}{4 - 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}}$$
$$= \frac{6}{6}$$

QCM 1)  $(\sqrt{a}+1)^2 - (\sqrt{a}-1)^2 = a+2\sqrt{a}+1 - (a-2\sqrt{a}+1)$   
 $= a+2\sqrt{a}+1 - a+2\sqrt{a}-1$   
 $= 4\sqrt{a}$

2)  $(1-4\sqrt{a})(1+2\sqrt{a}) = 1+2\sqrt{a}-4\sqrt{a}-8a$   
 $= 1-2\sqrt{a}-8a$

3)  $\sqrt{3^2+4^2+5^2} = \sqrt{9+16+25} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

5) VALEUR ABSOLUE

$A = | -7 | = 7$

$B = | \pi - 1 | = \pi - 1$

$C = | 1 - \sqrt{2} | = -(1 - \sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2}$

III) Notion de fonctions

1) GÉNÉRALITÉS

Applications

$$1) a) f(-5) = 5 - 2 \times (-5) \\ = 5 + 10 \\ = 15$$

$$f(2) = 5 - 2 \times 2 \\ = 5 - 4 \\ = 1$$

$$f(\sqrt{2}+3) = 5 - 2(\sqrt{2}+3) \\ = 5 - 2\sqrt{2} - 6 \\ = -1 - 2\sqrt{2}$$

b) Résolvons  $f(x) = 3$

$$5 - 2x = 3 \\ -2x = 3 - 5 \\ -2x = -2 \\ x = 1$$

1 est l'antécédent de 3 par la fonction f.

2) a) tableau de construction sur le syst<sup>e</sup>

d'image de -1 par g est environ 1,5

d'image de 1 par g est 0

d'image de 3 par g est -2

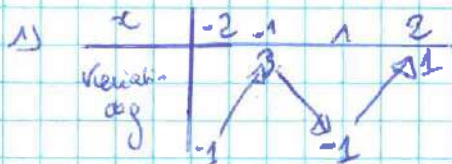
b)

-3,5 et 0 sont les antécédents de 1,5 par g

2,5 n'est pas d'antécédent par la fonction g.

2) VARIATION

Applications



2)  $D_f = [-4; 3,5]$

a)  $0 < 1$  et f est strictement décroissante sur  $[-1; 1]$

donc  $f(0) > f(1)$

•  $-3 < -2$  et f est strictement croissante sur  $[-4; -1]$

donc  $f(-3) < f(-2)$

• On ne peut pas comparer.

•  $-4 < -2 < -1$  et f est strictement croissante sur  $[-4; -1]$

donc  $f(-4) < f(-2) < f(-1)$

$-4 < f(-2) < -2$

$3 < 3,25 < 3,5$  et f est strictement décroissante sur  $[3; 3,5]$

donc  $f(3) > f(3,25) > f(3,5)$

$0 > f(3,25) > f(3,5)$

Donc  $f(-2) < f(3,25)$

3) FONCTIONS de RÉFÉRENCES voir en cours

#### 4) EXERCICES BILAN :

(4)

Exercice 1: 1)  $-3 < -2$  et  $f$  est strictement croissante sur  $[-4, -1]$

donc  $f(-3) < f(-2)$

$0 < 0,5$  et  $f$  est strictement décroissante sur  $[-1, 3]$

donc  $f(0) > f(0,5)$

$3,1 < 3,2$  et  $f$  est strictement croissante sur  $[3, 5]$

donc  $f(3,1) < f(3,2)$

Sur  $[2,9; 3,1]$  la fonction  $f$  n'est pas monotone donc on ne peut pas savoir

$3 < 4 < 5$  et  $f$  est croissante sur  $[3, 5]$

donc  $f(3) < f(4) < f(5)$

$-2 < f(4) < 2$

$-4 < -2 < -1$  et  $f$  est croissante sur  $[-4, -1]$

donc  $f(-4) < f(-2) < f(-1)$

$1 < f(-2) < 6$

Donc : ON NE PEUT PAS SAVOIR

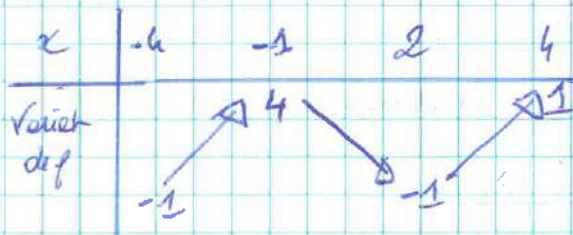
$-2 < f(4) < 2$  donc on ne peut pas savoir

le minimum de  $f$  est  $-2$

le maximum de  $f$  est  $6$

Exercice 2 voir Sujet

Tableau de variation





IV) Résolution algébrique d'équation ou d'inéquation :

1) EQUATIONS

Exercice 1

$(2x+3)(5-x)=0$

$2x+3=0$  ou  $5-x=0$   
 $2x=-3$        $5=x$   
 $x=-\frac{3}{2}$

$S = \left\{ -\frac{3}{2}, 5 \right\}$

$(4x+3)(2-3x)=0$

$3x-2$   
 $3x-2=0$   
 $3x=2$   
 $x=\frac{2}{3}$  Ensemble de solutions:  
 $E = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{2}{3} \right\}$

$4x+3=0$  ou  $2-3x=0$   
 $4x=-3$        $2=3x$   
 $x=-\frac{3}{4} \notin E$        $\frac{2}{3}=x$   
 $\frac{2}{3} \notin E$

$S = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$

$x(3x-1) = x(2x+3)$   
 $x(3x-1) - x(2x+3) = 0$

$x(3x-1-(2x+3)) = 0$   
 $x(3x-1-2x-3) = 0$   
 $x(3x-4) = 0$

$x=0$  ou  $3x-4=0$   
 $3x=4$   
 $x=\frac{4}{3}$

$S = \left\{ 0, \frac{4}{3} \right\}$

$4x^2 - 1 + x(2x+1) = 0$   
 $(2x-1)(2x+1) + x(2x+1) = 0$

$(2x+1)(2x-1+x) = 0$   
 $(2x+1)(3x-1) = 0$

$2x+1=0$  ou  $3x-1=0$   
 $2x=-1$        $3x=1$   
 $x=-\frac{1}{2}$        $x=\frac{1}{3}$

$S = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$

$x^2 - 6x + 9 = 2(x-3)$   
 $(x-3)^2 - 2(x-3) = 0$   
 $(x-3)(x-3-2) = 0$   
 $(x-3)(x-5) = 0$

$x-3=0$  ou  $x-5=0$   
 $x=3$        $x=5$

$S = \{ 3, 5 \}$

$\frac{25-(x-3)^2}{x+2} = 0$

Ensemble de solutions :  $x+2 \neq 0$  et  $x \neq -2$   
 $E = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$(5-(x-3))(5+(x-3)) = 0$   
 $x+2$

$(-x+8)(x+2) = 0$   
 $x+2$

$-x+8=0$        $x+2=0$   
 $8=x$        $x=-2$   
 $8 \in E$        $-2 \notin E$

$S = \{ 8 \}$

d. d. 3) voir sujet

Exercice 1 :

$(1+2x)(4x-3) \leq 0$

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$	
$1+2x$	-	0	+	+	
$4x-3$	-	-	0	+	
$(1+2x)(4x-3)$	+	0	-	0	+

$S = \left[ -\frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right]$

$x^2 > (3x+1)^2$

$x^2 - (3x+1)^2 > 0$

$(x+3x+1)(x-(3x+1)) > 0$

$(4x+1)(-2x-1) > 0$

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	
$4x+1$	-	0	-	0	+
$-2x-1$	+	0	-	-	+
$\varphi$	-	0	+	0	-

$S = \left] -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \right[$

$(4x+3)(2-3x) \geq 0$

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$4x+3$	-	0	+	+
$2-3x$	+	+	0	-
$3x-2$	-	-	0	+
$(4x+3)(2-3x)$	+	0	-	-

$S = \left] -\infty, -\frac{3}{4} \right]$

$$4x^2 - 1 + x(2x+1) < 0$$

$$(2x-1)(2x+1) + x(2x+1) < 0$$

$$(2x+1)(2x-1+x) < 0$$

$$(2x+1)(3x-1) < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
$2x+1$	-	0	+	+
$3x-1$	-	-	0	+
$(2x+1)(3x-1)$	+	0	-	0

$S = ]-\frac{1}{2}; \frac{1}{3}[$

$$x^2 - 6x + 9 \leq 2(x-3)$$

$$(x-3)^2 - 2(x-3) \leq 0$$

$$(x-3)(x-3-2) \leq 0$$

$$(x-3)(x-5) \leq 0$$

x	$-\infty$	3	5	$+\infty$
$x-3$	-	0	+	+
$x-5$	-	-	0	+
$(x-3)(x-5)$	+	0	-	0

$S = [3; 5]$

$$\frac{25 - (x-3)^2}{x+2} > 0$$

$$\frac{(5+x-3)(5-(x-1))}{x+2} > 0$$

$$\frac{(2+x)(8-x)}{x+2} > 0$$

x	$-\infty$	-2	8	$+\infty$
$(2+x)(8-x)$	+		+	0
$x+2$	+		+	-

$S = ]-\infty; -2[ \cup ]-2; 8[$

Exercice 2: 1)  $f(x) \geq 0 \quad S = [-1; 0] \cup [3; +\infty[$

(Calculatrice avec mode Standard  $x_{min} = -10 \quad y_{min} = -10$   
 $x_{max} = 10 \quad y_{max} = 10$ )

2)

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$
$-2x$	+	+	0	-	-
$x+1$	-	0	+	+	+
$3-x$	+	+	+	0	-
$f(x)$	-	0	+	0	+

3) Donner  $f(x) \geq 0$  par  
 $x \in [-1; 0] \cup [3; +\infty[$   
 ce qui confirme le calcul graphique

Exercice 3: 1)  $x-4 \neq 0$  avec  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$

$$2 \log\left(\frac{3}{a}\right) = \frac{1 - 2x \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 4}$$

$$= \frac{\frac{2}{4} - \frac{3}{2}}{\frac{3}{4} - \frac{16}{4}}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{-4}{13}$$

$$= \frac{2}{13}$$

l'image de  $\frac{3}{4}$  par  $g$  est  $\frac{2}{13}$

• Résolvons  $g(x) = 0$

$$\frac{1-2x}{x-4} = 0 \text{ par } 1-2x = 0 \text{ et } x \neq 4$$

$$1 = 2x$$

$$\frac{1}{2} = x$$

$\frac{1}{2}$  est l'antécédent de 0 par  $g$

3)  $g(x) \geq 5 \quad S = [3; 4[ \quad x_{min} = -10 \quad y_{min} = -10$   
 $x_{max} = 10 \quad y_{max} = 10$

4)  $g(x) - 5 = \frac{1-2x}{x-4} - 5$

$$= \frac{1-2x - 5(x-4)}{x-4}$$

$$= \frac{1-2x-5x+20}{x-4}$$

$$= \frac{-7x+21}{x-4}$$

5)  $g(x) \geq 5$

$$g(x) - 5 \geq 0$$

$$\frac{-7x+21}{x-4} \geq 0$$

x	$-\infty$	3	4	$+\infty$
$-7x+21$	+	0	-	-
$x-4$	-	-	0	+
$\frac{-7x+21}{x-4}$	-	0	+	-

$S = [3; 4[$   
 ce qui confirme la réponse à la question 3

4) Resolving Simultaneous Equations

SUBSTITUTION:

$$\begin{cases} x - 4y = 5 \\ 5x + 3y = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ 5x + 3y = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ 5(5 + 4y) + 3y = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ 25 + 20y + 3y = -21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ 23y = -21 - 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ 23y = -46 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4y \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 + 4(-2) \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$S = \{(-3, -2)\}$$

COMBINATION:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 6y = 15 \\ 10x + 6y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 6y + 10x + 6y = 15 + 42 \\ 19x + 0y = 57 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 19x = 57 \\ 10x + 6y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 10x + 6y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 10 \times 3 + 6y = 42 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ 6y = 42 - 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

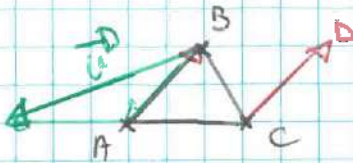
$$S = \{(3, 2)\}$$



# V) Géométrie

## 2) VECTEURS

29)



$$3) \vec{AB} - \vec{CB} = \vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

30) 1)  $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$   $\vec{CD} \begin{pmatrix} 6 - 3 \\ 0 - 2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} \begin{pmatrix} 8 - 2 \\ 2 - 6 \end{pmatrix}$   $\vec{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$   $2\vec{CD} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$  donc  $\vec{AB} = 2\vec{CD}$  ainsi  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  sont colinéaires

Donc (AB) est parallèle à (CD)

2)  $\vec{CD} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$   $\vec{CE} \begin{pmatrix} 18 - 3 \\ -8 - 2 \end{pmatrix}$   
 $\vec{CE} \begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix}$

On a  $5\vec{CD} \begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix}$  donc  $5\vec{CD} = \vec{CE}$  ainsi  $\vec{CD}$  et  $\vec{CE}$  sont colinéaires

Donc C; D et E sont alignés

3)  $\vec{BE} \begin{pmatrix} 18 - 8 \\ -8 - 2 \end{pmatrix}$   
 $\vec{BE} \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \end{pmatrix}$

$\vec{DE} = \vec{CD} + \vec{CE}$

$\vec{u} \begin{pmatrix} x_{\vec{CD}} + x_{\vec{CE}} \\ y_{\vec{CD}} + y_{\vec{CE}} \end{pmatrix}$   $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 + 10 \\ -2 - 10 \end{pmatrix}$   $\vec{u} \begin{pmatrix} 13 \\ -12 \end{pmatrix}$

## 3) Équations de droites

31) 1)  $\vec{AB} \begin{pmatrix} -2 - 4 \\ 0 - 3 \end{pmatrix}$   $\vec{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$

• soit  $M(x, y) \in (AB)$  alors  $\vec{AM}$  et  $\vec{AB}$  sont colinéaires

$\vec{AM} \begin{pmatrix} x - 4 \\ y - 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix}$

•  $\vec{AM}$  et  $\vec{AB}$  sont colinéaires si et seulement si  $\det(\vec{AM}; \vec{AB}) = 0$

soit  $-3(x - 4) - (-6)(y - 3) = 0$   
 $-3x + 12 + 6y - 18 = 0$

(AB)  $-3x + 6y - 18 = 0$

•  $x_C \neq x_D$  donc une équation réduite de (CD) est de la forme

$y = mx + p$  avec  $m = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{1}{-2 - 2} = -\frac{1}{4}$

$e(0; 2) \in (CD)$  donc  $2 = -\frac{1}{4} \cdot 0 + p$   $p = 2$  donc (CD)  $y = -\frac{1}{4}x + 2$

$$2) \vec{AB} \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{CD} \begin{pmatrix} 1-0 \\ -2-2 \end{pmatrix} \vec{CD} \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$$

(3)

$$\begin{aligned} \det(\vec{AB}; \vec{CD}) &= -6 \times -4 - 1 \times (-3) \\ &= 24 + 3 \\ &= 27 \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Donc  $\vec{AB}$  et  $\vec{CD}$  ne sont pas colinéaires, - ainsi (AB) et (CD) ne sont pas parallèles  
- elles sont donc secantes

3) Résolvons le système :

$$\begin{cases} -3x + 6y - 18 = 0 \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases} \quad \begin{cases} -3x + 6x(-\frac{1}{4}) - 18 = 0 \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - \frac{3}{2}x - 18 = 0 \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x - \frac{3}{2}x = 18 \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6x - 3x = 36 \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{36}{9} \\ y = -\frac{1}{4}x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -\frac{1}{4} \times (-4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

Donc E(-4; 1) est le point d'intersection de (AB) et (CD)

# VI) Statistiques et pourcentages :

1) POURCENTAGES voir sujet

2) STATISTIQUES DESCRIPTIVES

Application: 1) À partir de l'aide statistique de la colonne (voir rappel pour les formules)

$$\bar{x} \approx 16,21 \quad \text{et} \quad \sigma \approx 1,99$$

2)

Âge (ans)	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	5	6	7	9	8	6	4	3
E-c-c	5	11	18	27	35	41	45	48

Mediane: d'effectif est pair donc la médiane est la moyenne entre le valeur de rang 24 et de rang 25

$$Me = \frac{16+16}{2} \quad \boxed{Me = 16}$$

Quartiles:  $\frac{48}{4} = 12$   $Q_1$  est la valeur de rang 12.

$$\boxed{Q_1 = 15}$$

$\frac{3 \times 48}{4} = 36$   $Q_3$  est la valeur de rang 36

$$\boxed{Q_3 = 18}$$

3) Au moins 50% des membres du club de sport ont un âge inférieur ou égal à 16 ans

• Au moins 25% des membres du club de sport ont un âge inférieur ou égal à 15 ans

## 3) PROBABILITÉS

35) 1)  $\Omega = \{7; 8; 9; 10; \text{Valler}; \text{Dene}; \text{Pai}; \text{As}\}$

2) C'est une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'obtenir chaque issue est de  $\frac{1}{8}$

3) la probabilité de tirer un as est de  $\frac{1}{8}$

4) la probabilité de tirer une figure est de  $\frac{3}{8}$

36) 1) événement impossible: "obtenir un secteur rouge numéroté 3"

2) événement certain: "obtenir un secteur numéroté par un chiffre inférieur ou égal à 3"

3) "obtenir le chiffre 3" et "obtenir un secteur rouge" sont deux événements incompatibles

37)

Soit l'événement B: "obtenir le bon"

Soit l'événement D: "obtenir un accès défavorable"

	B	$\bar{B}$	Tot
D	4	2	6
$\bar{D}$	24	2	26
Tot	28	4	32

1)  $P(B \cap D) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$

2)  $P(B \cap \bar{D}) = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

38)

1) les événements A et B ne sont pas incompatibles.

en effet  $64 = 4^3 = 8^2$

2)  $P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$A = \{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100\}$

$P(B) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

$B = \{1; 8; 27; 64\}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{100}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{10}{100} + \frac{4}{100} - \frac{1}{100} = \frac{13}{100}$



# VIII) Algorithmique

11

Exercice 1: Partie A et B sur le sujet

Partie C:

```
l=80
m=0
while l > 0,5:
    l=l/2
    m=m+1
print("Le nombre de coup de ciseaux nécessaires est de", m)
print("La longueur de la ficelle est de", l)
```

! aux unités

Après avoir testé l'algorithme il faut 8 coup de ciseaux ; la ficelle mesure 31,25m!

Exercice 2:

Partie A: pour  $a=10$ , 10 est inférieur ou égal à 10

pour  $a=13$ : 13 est supérieur à 10

Partie B: 1)  $85 \xrightarrow{\times 0,95} 80,75 \text{ €}$

d'ailleurs on aura 80,75 € après réduction

2)  $120 - 5 = 115 \text{ €}$

d'ailleurs on aura 115 € après réduction

```
3) P = float(input("Rentrez le prix de l'extincteur"))
if P < 100:
    P = P * 0,95
else:
    P = P - 5
print("Le prix après réduction est de:", P)
```

Exercice 3: 1) ligne 5: permet de donner un chiffre entre 1 et 6 de façon aléatoire.

ligne 8: indique ce qui va être retenu en sortie de la fonction simulateur (ici le premier dé)

ligne 9: permet de simuler 10 fois le lancer de dés (for i in range(1, 11) i prend les valeurs de 1 à 10)

ligne 10: "appel" de la fonction simulateur

ligne 11: pour chaque simulet effectuée on affiche la réponse de 6 obtenu.

```
2) from random import *  
c=0  
for f in range (0,100):  
    p= randint (1,2)  
    if p==2:  
        s=s+1  
print ("on a obtenu", s, "pile")
```