TRAVAIL DE VACANCES MATHS - LIAISON seconde – 1ère STMG

A lire avant de commencer…

1) Le livret est constitué :

- De quelques résultats de cours à connaître (bases de troisième et de seconde), avec des liens de vidéos, extraites du site www.maths-et-tiques.fr de M. Yvan Monka, pouvant vous aider si besoin.
- D'exercices pour vous entrainer (une correction partielle est disponible en annexe) : en italique, quelques exercices moins prioritaires (bases censées être déjà acquises)

2) Notions à maîtriser :

- Thème 1 : Calcul numérique et littéral ;
- Thème 2 : Équations et inéquations, tableau de signe
- Thème 3 : Pourcentages, statistiques
- Thème 4 : Fonctions

3) Conseils :

- Etablir un planning de révision : revoir rapidement les notions en début de vacances pour commencer à les ancrer dans votre mémoire, puis travailler de façon régulière sur les deux ou trois dernières semaines d'août, en faisant des séances de 0h30 à 1h.
- Faire ces exercices sur cahier ou feuilles ; penser à rédiger et à noter les éventuelles questions à poser à la rentrer à votre professeur.
- Ne pas consulter le corrigé sans voir cherché les exercices, sans avoir repris vos cahiers de l'année pour revoir le cours, les méthodes…, sans avoir visionné les vidéos.
- Ne pas attendre le dernier moment, ne pas se contenter de lire uniquement le corrigé… Ce travail est vivement conseillé, pour démarrer sereinement l'année.
- Vous pouvez garder le livret en cours d'année pour avoir les rappels de cours

Thème 1 – Règle de calculs numérique et littéral

Rappel de cours :

I. Priorités de calculs : (rappels collège)

Règle 1 : Dans une suite de calculs sans parenthèses avec uniquement des additions et des soustractions, on effectue les calculs dans le sens de la lecture (de la gauche vers la droite).

Règle 2 : Dans une suite de calculs sans parenthèses avec uniquement des multiplications et des divisions, on effectue les calculs dans le sens de la lecture (de la gauche vers la droite)

Règle 3 : Dans une suite de calculs sans parenthèses, les multiplications et divisions sont effectuées en priorités sur les additions et les soustractions.

Règle 4 : Dans une suite de calculs avec parenthèses, on effectue en priorité les calculs à l'intérieur des parenthèses. On commence par les parenthèses les plus « intérieures ».

Rappel : Soustraire c'est additionner l'opposé

Diviser, c'est multiplier par l'inverse

Vidéo Méthodes : https://www.youtube.com/watch?v=qs9vs_W_GD4
https://www.youtube.com/watch?v=mxzNn5zcEqs

II. Avec des fractions : (rappels collège)

Pour tous réels a, b, c, d (non nuls) : $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$; $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$; $\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

Vidéo Méthodes : https://www.youtube.com/watch?v=WBip-WeQtkM

III. Avec des puissances : (rappels collège)

Pour tous réels a et b non-nuls, pour tous entiers naturels n et p :

$a^0=1$ $a^1=a$ $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $a^n\times a^p=a^{n+p}$ $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$ $(a^n)^p=a^{np}$

$(a\times b)^n=a^n\times b^n$ (Attention $(a+b)^n\neq a^n+b^n$) $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$

Vidéo Méthodes : https://www.youtube.com/watch?v=GDHofGGcaI0

IV. Développement et factorisation (rappels collège puis lycée)

a) Simple distributivité

Formule : $a\,(b+c)=ab+ac$

Vidéo Méthodes :

https://www.youtube.com/watch?v=RuWyHq2sABE

b) Double distributivité

Formule : $(a+b)\,(c+d)=ac+ad+bc+bd$

Vidéo Méthodes :

https://www.youtube.com/watch?v=YS-3JI_z2f0&feature=youtu.be
https://www.youtube.com/watch?v=1EPOmbvoAlU

c) Les identités remarquables :

Formules :

$(a+b)\,(a-b)=a^2-b^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Vidéo Méthodes : https://www.youtube.com/watch?v=r3AzqvgLcI8&feature=youtu.be (facteur commun)
https://www.youtube.com/watch?v=5dCsR85qd3k (facteur commun)
https://www.youtube.com/watch?v=VWKNW4aLeG8&feature=youtu.be (id remarquable)
https://www.youtube.com/watch?v=91ZSBiadxrA&feature=youtu.be (les deux)
https://www.youtube.com/watch?v=nLRRUMRyfZg (id remarquable)

****

Exercices d'entrainement :

(les 3 premiers exercices sont des rappels de collège, à faire si vous maitrisez mal ces domaines)

Exercice 1 : Calculer les expressions en détaillant les calculs :

$A=(9-(9-8))\,((2+7)\div 3)$ $B=75-(6+3\times 10)\div 9$ $C=2+8\times 5-56+4\div 2$

Exercice 2 : Calculer les expressions en détaillant les calculs (donner le résultat sous forme irréductible) :

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{10}$ $B=\frac{\frac{2}{5}}{3-\frac{7}{10}}$

Exercice 3 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n : $A=\frac{3^{-2}}{3^5\times 3^2}$ $B=2^5\times\left(2^2\right)^3$

Exercice 4 : Développer les expressions suivantes

$A=10\,(2x-9)$ $B=7x(x-5)$ $C=-4x(1-6x)$ $D=(2x+3)\,(x-5)$

$E=(4x-3)\,(5-2x)$ $F=(2x+3)(2x-3)$ $G=(x+10)^2$ $H=(3x-5)^2$

Exercice 5 : Factoriser les expressions suivantes

$A=x^2+5x$ $B=28x^2-21x$ $C=x^2-100$ $D=25x^2-81$ $E=(x-8)^2-9$

$F=x^2-6x+9$ $G=2\,(x-3)-4x(x-3)$ $H=2x\,(5x-3)-(5x-3)^2$ (en approfondissement)

Thème 2 : équations et inéquations, tableaux de signe

Rappels de cours : résoudre une équation ou inéquation signifie déterminer l'ensemble des solutions

I. Résolution d'équations

Règles de transformation d'égalités :

On ne change pas une égalité lorsque :
- on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres
- on les multiplie par un même nombre,
- on les divise par un même nombre non nul.

Règle du produit nul :

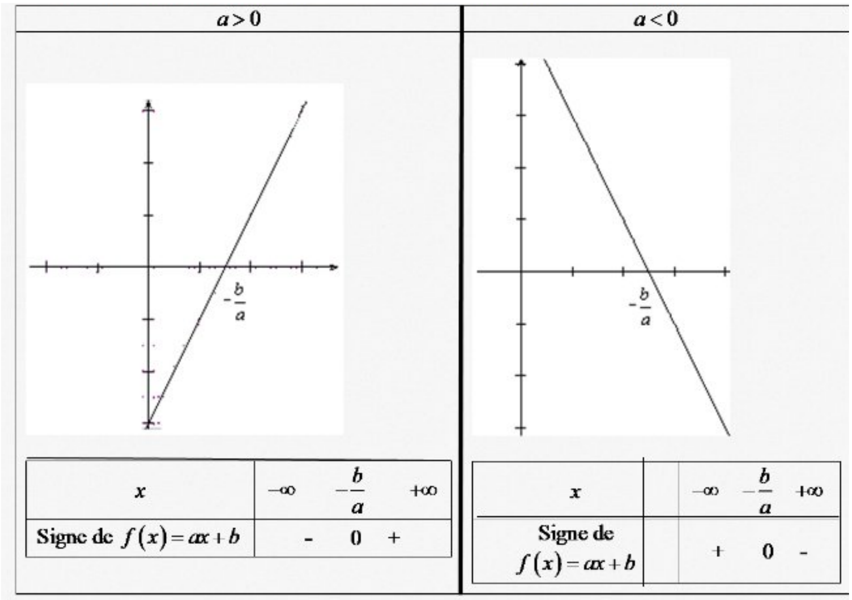
AB = 0 ⇔ A=0 OU B=0

Vidéo Méthodes :
https://www.youtube.com/watch?v=7ZZDMxKNyQA
https://www.youtube.com/watch?v=APj1WPPNUgo

Attention pour les inégalités : on ne change pas le sens d'une inégalité lorsqu'on multiplie ou divise les deux membres par un même nombre strictement **positif (on change le sens si on multiplie/divise par un négatif)**

II. Signe d'une fonction affine :

Le tableau de signe de ax+b dépend du signe de a. Voir tableau à droite :



III. Signe d'un produit de fonctions affines:

On utilise pour cela un tableaux de signes comme dans l'exemple ci-dessous (on applique la règle des signes du collège : un produit comportant un nombre impair de facteurs négatifs est négatif)

Exemple : $f(x) = (2x - 4)(3 - 7x)$

x	$-\infty$		3/7		2		$+\infty$
$2x-4$		–		–	0	+	
$3-7x$		+	0	–		–	
$f(x)$		–	0	+	0	–	

Exercices

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes (bases de seconde)

a) $5x - 2 = 3x + 5$　　b) $-3x + 5 = x - 1$　　c) $\frac{x+3}{2} = 5$　　d)$10(3x - 2) = 4x + 3$

d) $2(3x - 2) = 6x + 3$　　e) $(3x - 2)(5x - 1) = 0$　　f) $2x(3x - 1) = 0$

Exercice 2 : Résoudre les inéquations suivantes (bases de seconde)

a) $5x - 2 < x + 5$　　b) $5 - 3x \geq 2x - 1$　　c) $2x - 5 \leq 5x + 3$

Exercice 3 : Inéquation à l'aide d'un tableau de signes (bases de seconde)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1)(3 - x)$.

1. A l'aide de la calculatrice, résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$.

2. A l'aide d'un tableau de signes, étudier le signe de la fonction f.

3. Vérifier le résultat de la question 1.

4. Mêmes questions pour la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -2x(x + 1)(3 - x)$.

Thème 3 – Les fonctions

Rappels de cours

I. Notion de fonctions :

Un exemple pour comprendre : $f : x \to 2x + 1$, f est une fonction. C'est un « outil » mathématique, un procédé qui, à un nombre donné fait correspondre un autre nombre.

Ici : $f : 2 \to 2 \times 2 + 1 = 5$, (à 2 on fait correspondre 5) ; on écrit $f(2) = 5$.

2 est un antécédent de 5 par la fonction f 5 est l'image de 2 par la fonction f

La courbe représentative de la fonction f est l'ensemble des points ayant pour coordonnée $(x; f(x))$

Vidéo Méthodes :
https://www.youtube.com/watch?v=EOS5bSPTZjg (repérer image et antécédent dans un tableau)
https://www.youtube.com/watch?v=FjqPwHS7vE8&feature=youtu.be (Calcul d'image)
https://www.youtube.com/watch?v=0NakIDu5dQU&feature=youtu.be (Recherche d'antécédents)
https://www.youtube.com/watch?v=xHJNdrhzY4Q&feature=youtu.be (représenter graphiquement)
https://www.youtube.com/watch?v=gQUt5y8LFKk&feature=youtu.be (Lire graphiquement)

II. Fonctions affines :

Définitions: Une fonction de la forme $x \to mx + p$ est une fonction affine.

m est appelé le coefficient directeur et p est l'ordonnées à l'origine.

Cas particulier : Quand $= 0$, on a la fonction $x \to mx$ qui est appelé fonction linéaire.

Quand $m = 0$, on a la fonction $x \to p$ qui est appelé fonction constante.

Vidéo Méthodes :
https://www.youtube.com/watch?v=KR8AgLUngeg (Vérifier si un point appartient à une courbe)
https://www.youtube.com/watch?v=E0NTyDRqWfM (Trouver l'expression algébrique d'une fonction affine à partir d'une courbe représentative
https://www.youtube.com/watch?v=tEiuCP_oekY (Représenter une fonction affine)

III. Variation d'une fonction :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

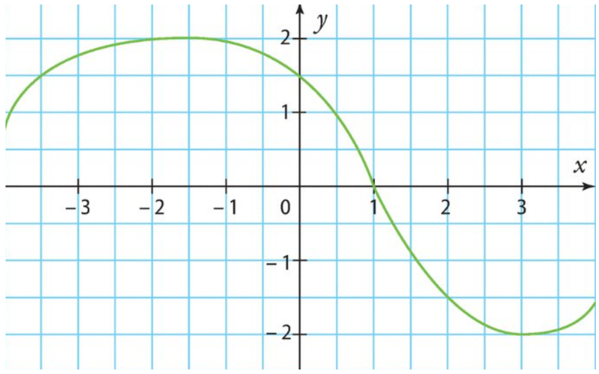
- f est **croissante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \leq f(b)$. (la courbe « monte »)
- f est **décroissante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : si $a < b$ alors $f(a) \geq f(b)$. (la courbe « descend »)
- f est **constante** sur I signifie que pour tous les réels a et b de I : $f(a) = f(b)$.
- Une fonction f est **monotone** sur I signifie que f est soit croissante sur I, soit décroissante sur I .

Exercices

Exercice 1 : Soit f une fonction, compléter le tableau suivant :

Langage courant	Notation mathématiques
L'image de 2 par la fonction f est 3	$f(...) =$
-5 est l'image de 6 par la fonction f	$f(...) =$
8 est un antécédent de 4 par la fonction f	$f(...) =$
7 a pour antécédent -2 par la fonction f	$f(...) =$
5 a pour________________________________	$f(5) = -1$
2,7 a pour ______________________________	$f(6) = 2{,}7$

Exercice 2 : Soit g la fonction définie sur $[-4;4]$ dont la courbe est donné ci-contre :



a) Compléter :

$g(2) =$ ______ $g(0) =$ ______ $g(...) = -2$ $g(...) = 0$

b) Graphiquement rechercher les images éventuelles de -1 ; de 1 et de 3.

c) Graphiquement rechercher les antécédents éventuels de -1, de $1{,}5$ et de $2{,}5$.

d) Résoudre graphiquement $g(x) < 0$; puis $g(x) < 1{,}5$

Exercice 3 : Soit f une fonction définie par $f(x) = 5x + 3$ et g définie par $g(x) = x^2 - 9$

1) Laquelle est une fonction affine ? Identifier les coefficients m et p.

2) Calculer l'image de 2 par la fonction f.

3) Calculer $f(-3)$

4) Le point $A\,(0{,}2;\,4)$ appartient-il à la courbe représentative de f ?

5) Quels sont les éventuels antécédents de – 7 par la fonction f ?

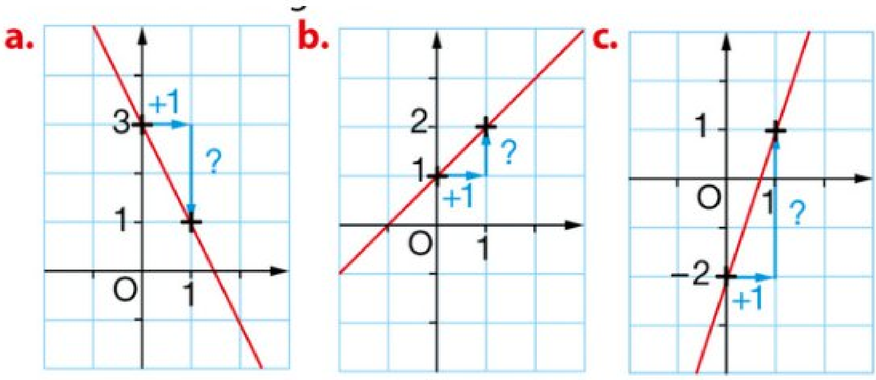
6) Représenter graphiquement la fonction f.

7) Calculer l'image de -2 par g

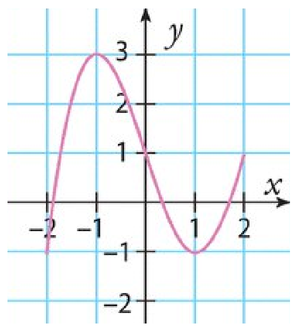
8) Déterminer le ou les antécédents par g des nombres : 0 ; -10 ; 16

Exercice 4 :

Les droites ci-dessous représentent graphiquement des fonctions affines. Dans chaque cas, lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.



Exercice 5 :



1) Dresser le tableau de variation de la fonction g représenté ci-contre

2) Ci-dessous est dressé le tableau de variation d'une fonction f.

x	−4		−1		1		3		3,5
f	−4	↗	−2	↘	−5	↗	0	↘	−1

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

b) Comparer si possible en justifiant :

$f(0)$ et $f(1)$; $f(-3)$ et $f(-2)$; $f(-2)$ et $f(0)$; $f(-2)$ et $f(3{,}25)$

Thème 4 – Pourcentages et probabilités

1. Pourcentages :

Calculer a% d'un nombre revient à multiplier ce nombre par $\frac{a}{100}$

La proportion ou fréquence d'une sous-population A d'effectif n_A par rapport à une population E d'effectif n_E est $\frac{n_A}{n_E}$

Le taux d'évolution d'une valeur y_1à une valeur y_2 est T=$\frac{y_2 - y_1}{y_1}$

Augmenter une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par$1+\frac{a}{100}$

Diminuer une quantité de $a\%$ revient à multiplier cette quantité par $1-\frac{a}{100}$

Faire évoluer une quantité d'un taux t revient à multiplier cette quantité par 1+t

Applications :

1. En France, on considère qu'environ 6% de la population est de groupe sanguin O- (donneur universel). Sachant que la population est de 65,8 millions d'habitants, combien de personnes sont du groupe O- ?
2. Dans une classe de 32 élèves, il y a 18 filles. Quel est le pourcentage de filles de cette classe ?
3. Le prix d'un article est passé en un mois de $28€$ à $29{,}54€$. Déterminer le taux d'évolution de cet article.
4. Un salaire augmente de 3%. Il est multiplié par ....
5. Le prix d'une matière première a augmenté de 150%. Il a été multiplié par........
6. Un prix a été multiplié par $0{,}75$. Il a subi une ………………………………. ;
7. Un produit en vente à $145€$ a subit une baisse de 5% puis une augmentation de 2%. Déterminer son nouveau prix.
8. Le prix d'un article toutes taxes comprises (TTC) est le prix hors taxes (HT) augmenté de la TVA.

   Le prix HT d'un article est de 225€. Déterminer son prix TTC avec une TVA de 20%.

   Le prix TTC d'un article est $150€$. Déterminer son prix HT avec une TVA de 20%.

2. Probabilités

L'univers d'une expérience aléatoire est l'ensemble des issues possibles. On associe à celles-ci des probabilités dont la somme vaut 1. Toute probabilité est un nombre compris dans l'intervalle $[0\,;1]$. On parle d'équiprobabilité quand toutes les probabilités des issues sont égales.	**Exemple.** On lance un dé cubique et on lit le numéro de la face supérieure. L'univers est donc $\{1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\}$. Les probabilités de ces six issues sont toutes égales à $\frac{1}{6}$.
Un événement est un ensemble d'issues. Sa probabilité est la somme des probabilités des issues le composant. L'événement impossible a pour probabilité 0. L'événement certain a pour probabilité 1.	**Exemple.** Dans l'expérience ci-dessus, la probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair » vaut $3\times\frac{1}{6}=0{,}5$. « Obtenir un nombre supérieur à 7 » est un événement impossible. « Obtenir un nombre inférieur à 7 » est un événement certain.
L'événement complémentaire $\overline{A}$ est l'ensemble des issues que ne réalise pas l'événement A. Sa probabilité est $P(\overline{A})=1-P(A)$.	**Exemple.** L'événement complémentaire de « obtenir un nombre pair » est l'événement « obtenir un nombre impair ». Sa probabilité est $1-0{,}5=0{,}5$.
$A\cap B$ est l'ensemble des issues qui réalisent les événements A et B à la fois. On l'appelle intersection de A et B. Si $P(A\cap B)=0$, on dit que les événements A et B sont incompatibles. Dans ce cas, $A\cap B=\emptyset$. $A\cup B$ est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B (au moins l'un des deux). On l'appelle union de A et B. On a la formule $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.	**Exemple.** Dans une classe de 34 élèves, 16 sont en option sport, 12 en option latin dont 4 qui sont inscrits aux deux. La probabilité de choisir au hasard un élève inscrit en option latin (événement L) ou en option sport (S) est : $P(L\cup S)=P(L)+P(S)-P(L\cap S)$ $=\frac{12}{34}+\frac{16}{34}-\frac{4}{34}=\frac{24}{34}$.

Pour s'exercer :

37 Sur une classe de terminale de 32 élèves, quatre d'entre eux n'ont pas obtenu le bac. Six élèves ont reçu un avis défavorable du conseil de classe et, parmi eux, deux n'ont pas obtenu le bac. On tire au sort un élève de cette classe. Calculer la probabilité :

1. qu'il ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable ;

2. qu'il ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable.

38 On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100.
On considère les événements suivants :

A : « le nombre choisi est le carré d'un entier » ;

B : « le nombre choisi est le cube d'un entier ».

1. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?

2. Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A\cap B)$ et enfin $P(A\cup B)$.