# TRAVAIL DE VACANCES MATHS - LIAISON seconde – 1ère STMG

## Réponses des exercices

## Thème 1 – Règle de calculs numérique et littéral

### Réponses des exercices d'entrainement :

*Exercice 1 : Calculer les expressions en détaillant les calculs :*

$A = (9-(9-8))\,((2+7)\div 3)$ $\quad B = 75-(6+3\times 10)\div 9$ $\quad C = 2+8\times 5-56+4\div 2$

$A = 8\times 3 = 24$ $\quad B = 75-4 = 71$ $\quad C = 2+40-56+2 = -12$

*Exercice 2 : Calculer les expressions en détaillant les calculs (donner le résultat sous forme irréductible) :*

$A = \frac{3}{4}+\frac{5}{8}\times\frac{3}{10} = \frac{15}{16}$ $\quad B = \frac{\frac{2}{5}}{3-\frac{7}{10}} = \frac{4}{23}$

*Exercice 3 :*

*Ecrire les nombres suivants sous la forme $a^n$ :* $\quad A = \frac{3^{-2}}{3^5\times 3^2} = \frac{3^{-2}}{3^7} = 3^{-9}$ $\quad B = 2^5\times\left(2^2\right)^3 = 2^{11}$

**Exercice 4 : Développer les expressions suivantes**

$A = 10\,(2x-9) = 20x-90$ $\quad B = 7x\,(x-5) = 7x^2-35x$ $\quad C = -4x\,(1-6x) = -4x+24x^2$

$D = (2x+3)\,(x-5) = 2x^2-10x+3x-15 = 2x^2-7x-15$

$E = (4x-3)\,(5-2x) = 20x-8x^2-15+6x = -8x^2+26x-15$ $\quad F=(2x+3)\,(2x-3) = 4x^2-9$

$G = (x+10)^2 = x^2+20x+100$ $\quad H = (3x-5)^2 = 9x^2-30x+25$

**Exercice 5: Factoriser les expressions suivantes**

$A = x^2+5x = x(x+5)$ $\quad B = 28x^2-21x = 7x(4x-3)$ $\quad C = x^2-100 = (x-10)(x+10)$

$D = 25x^2-81 = (5x-9)(5x+9)$ $\quad E = (x-8)^2-9 = (x-8-3)(x-8+3) = (x-11)(x-5)$

$F = x^2-6x+9 = (x-3)^2$ $\quad G = 2\,(x-3)-4x\,(x-3) = (2-4x)\,(x-3)$ *ou* $(x-3)(2-4x)$

$H = 2x\,(5x-3)-(5x-3)^2 = (5x-3)\,(2x-(5x-3)) = (5x-3)\,(2x-5x+3) = (5x-3)(-3x+3)$

# Thème 2 : équations et inéquations, tableaux de signe

## Exercices

**Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes (étapes minimales, vous pouvez en mettre davantage)**

a) $5x-2=3x+5 \Longleftrightarrow$ $5x-2+2-3x=3x+5+2-3x$ $\Longleftrightarrow 2x=7 \Longleftrightarrow x=\frac{7}{2}$ donc ensemble de solutions : $S=\{\frac{7}{2}\}$

b) $-3x+5=x-1 \Longleftrightarrow -4x=-6 \Longleftrightarrow x=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$ donc $S=\{\frac{3}{2}\}$ c) $\frac{x+3}{2}=5 \Longleftrightarrow x+3=10 \Longleftrightarrow x=7$ $S=\{7\}$

d)$10(3x-2)=4x+3 \Longleftrightarrow 30x-20=4x+3 \Longleftrightarrow 26x=23 \Leftrightarrow x=\frac{23}{26}$ donc $S=\{\frac{23}{26}\}$

d) $2(3x-2)=6x+3 \Longleftrightarrow 6x-4=6x+3 \Longleftrightarrow -4=3$ impossible. Pas de solution. S=ø

e) $(3x-2)(5x-1)=0 \Longleftrightarrow 3x-4=0 \; ou \; 5x-1=0$ (règle du produit nul)

$\Longleftrightarrow 3x=4 \; ou \; 5x=1$

$\Longleftrightarrow x=\frac{4}{3} \; ou \; x=\frac{1}{5}$ donc $S=\{\frac{4}{3};\frac{1}{5}\}$

f) $2x(3x-1)=0$ $\Longleftrightarrow 2x = 0 \; ou \; 3x-1=0$ (même méthode) : $S=\{0;\frac{1}{3}\}$

**Exercice 2 : Résoudre les inéquations suivantes**

a) $5x-2<x+5 \Longleftrightarrow 4x<7 \Longleftrightarrow x<\frac{7}{4}$ donc $S=$ ]-∞ ; $\frac{7}{4}$[

b) $5-3x \geq 2x-1 \Longleftrightarrow -5x \geq -6 \Longleftrightarrow \frac{-5x}{-5} \leq \frac{-6}{-5}$ (on divise par un négatif) $\Longleftrightarrow x \leq \frac{6}{5}$ donc $S=$ ]-∞ ; $\frac{6}{5}$]

c) $2x - 5 \leq 5x+3 \Longleftrightarrow -3x \leq 8 \Longleftrightarrow x \geq -\frac{8}{3}$ donc $S=[-\frac{8}{3}$ ; +∞[

**Exercice 3 : Inéquation à l'aide d'un tableau de signes**

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)(3-x)$.

La fonction f s'annule lorsque $(x+1)(3-x)=0 \Longleftrightarrow x+1 = 0 \; ou \; 3-x=0 \Longleftrightarrow x=-1 \; ou \; x=3$

**Tableau de signes de f :**

| $x$ | -∞ | | -1 | | 3 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+1$ | | – | 0 | + | | + | |
| $3-x$ | | + | | + | 0 | – | |
| $f(x)$ | | – | 0 | + | 0 | – | |

Solution de l'inéquation $f(x) \geq 0$ : [-1 ; 3]

**Tableau de signes de g** définie par $g(x)=-2x(x+1)(3-x)$ (cette fonction s'annule pour x= 0 ou -1 ou 3)

| $x$ | -∞ | | -1 | | 0 | | 3 | | +∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-2x$ | | + | | + | 0 | - | | - | |
| $x+1$ | | – | 0 | + | | + | | + | |
| $3-x$ | | + | | + | | + | 0 | – | |
| $f(x)$ | | – | 0 | + | 0 | – | 0 | + | |

Solution de l'inéquation $g(x) \geq 0$ : $S=$ [-1 ;0] ∪ [3 ; +∞[

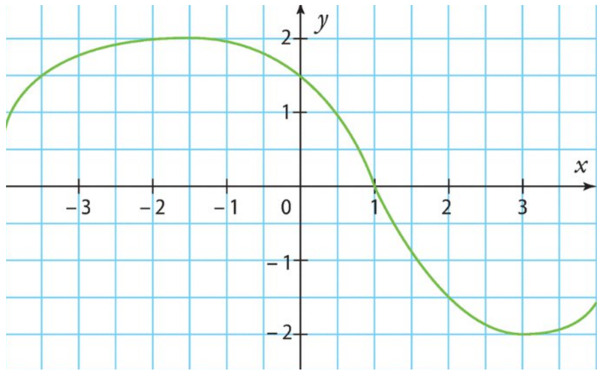
# Thème 3 – Les fonctions

## Exercices

**Exercice 1 : Soit $f$ une fonction, compléter le tableau suivant :**

| **Langage courant** | **Notation mathématiques** |
|---|---|
| L'image de 2 par la fonction $f$ est 3 | $f(2) = 3$ |
| $-5$ est l'image de 6 par la fonction $f$ | $f(6) = -5$ |
| 8 est un antécédent de 4 par la fonction $f$ | $f(8) = 4$ |
| 7 a pour antécédent $-2$ par la fonction $f$ | $f(-2) = 7$ |
| 5 a pour image -1 | $f(5) = -1$ |
| 2,7 a pour antécédent 6 | $f(6) = 2{,}7$ |

**Exercice 2 :** Soit $g$ la fonction définie sur $[-4;4]$ dont la courbe est donné ci-contre :




a) Compléter :

$g(2) = -1.5$ $\quad g(0) = 1.5$ $\quad g(3) = -2$ $\quad g(1) = 0$

b) Graphiquement rechercher les images éventuelles :

- de $-1$ : g(-1)=2 (ou 1.9)
- de $1$ : g(1) = 0
- de3 : g(3)=-2

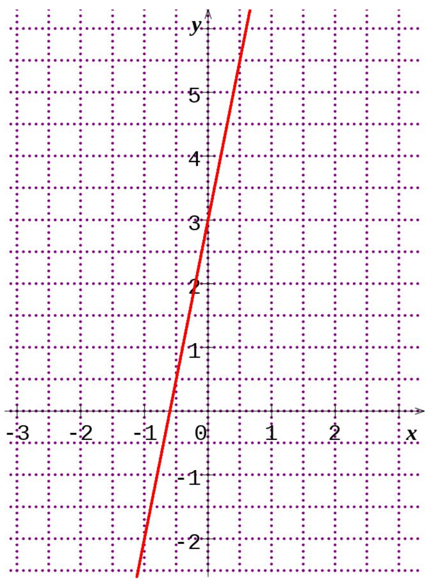
c) Graphiquement rechercher les antécédents éventuels :

- De -1 : un seul antécédent : x=1,5
- de1,5 : -3,5 et 0
- de 2,5 : aucun antécédent

d) Résoudre graphiquement $g(x) < 0$ : $S =$ ]1 ; 4 [

$g(x) < 1{,}5$ : $S =$ ]-4 ; -3.5] ∪ [0 ; 4]

**Exercice 3 :** Soit $f$ une fonction définie par $f(x) = 5x + 3$ et $g$ définie par $g(x) = x^2 - 9$




1) $f$ est une fonction affine avec m = 5 et p = 3

2) Calculer l'image de 2 par la fonction $f$ : $f(2) = 5 \times 2 + 3 = 13$.

3) $f(-3) = 5 \times (-3) + 3 = -12$.

4) On calcule $f(0{,}2) = 5 \times 0{,}2 + 3 = 4$ ; donc oui, le point $A(0{,}2; 4)$ appartient à la courbe représentative de $f$

5) Quels sont les éventuels antécédents de $-7$ par la fonction $f$ ?

$5x + 3 = -7 \Longleftrightarrow x = -2$ donc -7 a un seul antécédent : -2.

6) Représenter graphiquement la fonction $f$ : graphique ci-contre

7) Calculer l'image de -2 par g : $g(-2) = (-2)^2 - 9 = 4 - 9 = -5$

8) Déterminer le ou les antécédents par g des nombres : 0 ; -10 ; 16

$$g(x) = 0 \Longleftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Longleftrightarrow x^2 = 9 \Longleftrightarrow x = 3 \text{ ou } x = -3$$

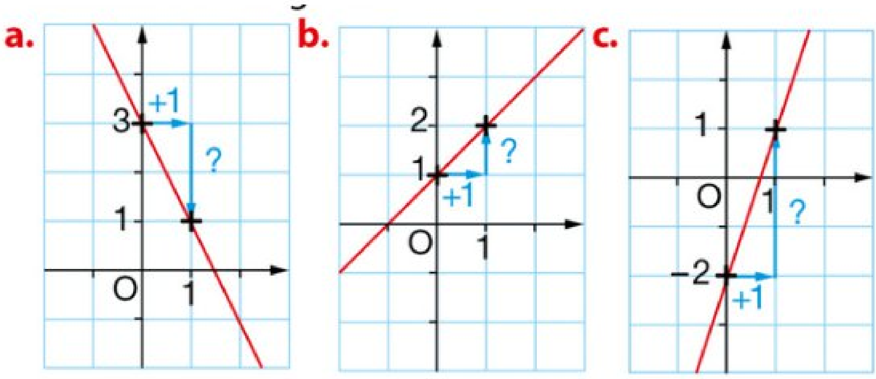
Donc 9 a 2 antécédents : -3 et 3

$g(x) = -10 \Longleftrightarrow x^2 - 9 = -10 \Longleftrightarrow x^2 = -1$ C'est impossible : -10 n'a pas d'antécédent.

$g(x) = 16 \Longleftrightarrow x^2 - 9 = 16 \Longleftrightarrow x^2 = 25 \Longleftrightarrow x = 5 \text{ ou } x = - -5$ Donc 16 a 2 antécédents : -5 et 5

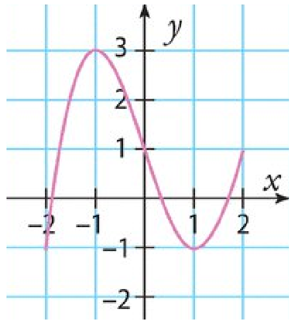
**Exercice 4 :**

Les droites ci-dessous représentent graphiquement des fonctions affines. Dans chaque cas, lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.




a) m = -2 et p = 3
b) m = 1 et p = 1
c) m = 3 et p = -2

**Exercice 5 :**




1) Dresser le tableau de variation de la fonction $g$ représenté ci-contre

| $x$ | -2 | | -1 | | 1 | | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -1 | ↗ | 3 | ↘ | -1 | ↗ | 1 |

2) Ci-dessous est dressé le tableau de variation d'une fonction $f$.

| $x$ | −4 | | −1 | | 1 | | 3 | | 3,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f$ | −4 | ↗ | −2 | ↘ | −5 | ↗ | 0 | ↘ | −1 |

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction $f$ : $D_f = [-4; 3{,}5]$

b) Comparer si possible en justifiant :

$f(0) > f(1)$ car f est décroissante sur [0 ;1]

$f(-3) < f(-2)$ car f est croissante sur [-4 ; -1] (donc sur [-3 ; -2] );

$f(-2)$ et $f(0)$ : impossible de savoir

$f(-2) < f(3{,}25)$ car f(-2) est compris entre -4 et -2 selon le tableau, alors que f(3.5) est compris entre -1 et 0 ; on a donc, dans l'ordre : -4 < f(-2) < -2 < -1 < f(3,25) < 0

# Thème 4 – Pourcentages et probabilités

## 1. Pourcentages :

**Applications** :

1. En France, on considère qu'environ 6% de la population est de groupe sanguin O- (donneur universel). Sachant que la population est de 65,8 millions d'habitants, combien de personnes sont du groupe O- ?

3,948 millions d'habitants

2. Dans une classe de 32 élèves, il y a 18 filles. Quel est le pourcentage de filles de cette classe ?

$$\frac{18}{32} = 0{,}5625 = 56{,}25\%$$

3. Le prix d'un article est passé en un mois de 28€ à 29,54€. Déterminer le taux d'évolution de cet article.

$$\frac{29{,}54 - 28}{28} = 0.055$$

4. Un salaire augmente de 3%. Il est multiplié par 1,03   (1 + 3/100)

5. Le prix d'une matière première a augmenté de 150%. Il a été multiplié par 2,5   (1 + 150/100)

6. Un prix a été multiplié par 0,75. Il a subi une diminution de 25%;

7. Un produit en vente à 145€ a subit une baisse de 5% puis une augmentation de 2%. Déterminer son nouveau prix.

145 * 0.95 * 1.02 = 140,505€

8. Le prix d'un article toutes taxes comprises (TTC) est le prix hors taxes (HT) augmenté de la TVA.

Le prix HT d'un article est de 225€. Déterminer son prix TTC (TVA de 20%) : 225 * 1,20 = 270€

Le prix TTC d'un article est 150€ . Déterminer son prix HT avec une TVA de20% : 150 / 1,20 = 125€

## 2. Probabilités

**37** Sur une classe de terminale de 32 élèves, quatre d'entre eux n'ont pas obtenu le bac. Six élèves ont reçu un avis défavorable du conseil de classe et, parmi eux, deux n'ont pas obtenu le bac.
On tire au sort un élève de cette classe. Calculer la probabilité :
**1.** qu'il ait échoué au bac ou reçu un avis défavorable ;
**2.** qu'il ait obtenu le bac sans avoir reçu d'avis défavorable.

**38** On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 100.
On considère les événements suivants :
A : « le nombre choisi est le carré d'un entier » ;
B : « le nombre choisi est le cube d'un entier ».
**1.** Les événements A et B sont-ils incompatibles ?
**2.** Calculer $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$ et enfin $P(A \cup B)$.

37 :

On note D l'événement « l'élève a eu un avis défavorable » et B l'événement « l'élève a eu son bac ».

| | $B$ | $\overline{B}$ | total |
|---|---|---|---|
| $D$ | 4 | 2 | 6 |
| $\overline{D}$ | 24 | 2 | 26 |
| total | 28 | 4 | 32 |

1. $P(B \cup D) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

2. $P(B \cap \overline{D}) = \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$

38) 1) les event A et B ne sont pas incompatibles

en effet $64 = 4^3 = 8^2$

2) $P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$

$A = \{1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100\}$

$P(B) = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

$B = \{1; 8; 27; 64\}$

$P(A \cap B) = \frac{1}{100}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= \frac{10}{100} + \frac{4}{100} - \frac{1}{100} = \frac{13}{100}$