Liaison 1ère / Terminale – Spécialité Mathématiques et Mathématiques Complémentaires

A lire avant de commencer…

1) Le livret est constitué :

- De quelques résultats de cours à connaître
- De liens vidéos extraits du site www.maths-et-tiques.fr de M. Yvan Monka, pouvant vous aider si besoin, pour faire les exercices. (Page 2 à 5)
- Et de 14 parcours progressifs d'exercices corrigés (Page 5 à 19)

2) Le livret met l'accent sur les premiers thèmes abordés à la rentrée :

- PARTIE A : Second degré (Exercice A1 à A7)
- PARTIE B : Suites (Exercice B1 à B11)
- PARTIE C : Fonctions (dérivation et applications), en particulier la fonction exponentielles (Exercice C1 à C20)
- PARTIE D : Probabilités et variables aléatoires (Exercice D1 à D9)

3) Conseils :

- **Etablir un planning des parcours, en faisant des séances de 1h30 à 2h sur les deux ou trois dernières semaines d'août ou plus, suivant votre niveau de 1ère.**
- **Avant de commencer les exercices du livret, reprenez vos cahiers de 1ère comme pour préparer un devoir, de plus ce livret comporte des résumés de cours.**
- **Utiliser un cahier pour effectuer les exercices, penser à rédiger et à noter les éventuelles questions à poser à la rentrée à votre professeur.**
- Ne pas consulter le corrigé sans avoir cherché les exercices, sans avoir repris vos cahiers de 1ère pour revoir le cours, les méthodes…., sans avoir visionné les vidéos.
- Ne pas attendre le dernier moment, ne pas se contenter de lire uniquement le corrigé…

Ce travail est vivement conseillé, pour démarrer sereinement l'année.

Les élèves suivant l'option maths complémentaires peuvent s'arrêter au parcours 5.

Partie A Second degré…

Différentes formes d'écriture du trinôme:

- Forme développée $f(x)=ax^2+bx+c$
- Forme canonique $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$ avec α et β réels
- Forme factorisée $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ dans le cas où x_1 et x_2 sont deux racines du trinôme ax^2+bx+c

Somme et produit des racines

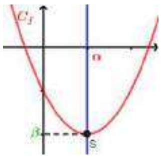
Si ax^2+bx+c admet deux racines alors

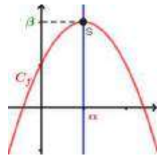
$x_1+x_2=\frac{-b}{a}$ et $x_1x_2=\frac{c}{a}$

Représentation graphique de f: c'est une parabole de sommet $S(\alpha;\beta)$ avec $\alpha=-\frac{b}{2a}$ et $\beta=f(\alpha)$

- la parabole est symétrique par rapport à la droite d'équation $x=\alpha$

- Si $a>0$ alors la parabole est tournée vers le haut
- Si $a<0$ alors la parabole est tournée vers le bas





- Trinôme du 2[nd] degré: c'est l'expression ax^2+bx+c avec $a\neq0$

- Fonction trinôme du 2[nd] degré: c'est la fonction f définie sur ℝ par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq0$

- Une racine de ce trinôme, si elle existe, est une solution de l'équation: $ax^2+bx+c=0$

Discriminant du trinôme: $\Delta=b^2-4ac$

Si $\Delta>0$,

- l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions

$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

- $ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ Factorisation
- Signe de ax^2+bx+c

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
f		Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a	

Si $\Delta=0$,

- l'équation $ax^2+bx+c=0$ a une solution double

$x_0=\frac{-b}{2a}$

- $ax^2+bx+c=a(x-x_0)^2$ Factorisation
- Signe de ax^2+bx+c

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
f		Signe de a	0	Signe de a	

Si $\Delta<0$,

- l'équation $ax^2+bx+c=0$ n'a pas de solutions
- ax^2+bx+c Pas de factorisation
- Signe de ax^2+bx+c

x	$-\infty$		$+\infty$
f		Signe de a	

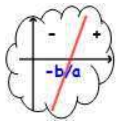
Méthode: Il n'est pas toujours judicieux de calculer le discriminant !

1. Si on repère une factorisation (par un facteur commun ou une identité remarquable), l'équation se ramène à (produit nul) $A\times B=0 \Leftrightarrow A=0$ ou $B=0$
2. Si on a une équation de la forme $x^2=a$, • si $a>0$: $x^2=a \Leftrightarrow x=-\sqrt{a}$ ou $x=\sqrt{a}$ • si $a<0$: $x^2=a \Leftrightarrow S=\emptyset$ • si $a=0$: $x^2=0 \Leftrightarrow x=0$ car $x^2\geq0$ *pour tout* $x\in\mathbb{R}$
3. Si on repère une racine «évidente», on calcule l'autre racine rapidement en utilisant la somme ou le produit des racines.
4. Sinon, on calcule le discriminant . . .!

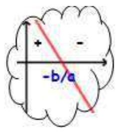
Rappels: 1. «quotient nul» $\frac{A}{B}=0 \Leftrightarrow B\neq0$ et $A=0$ ou encore Pour $B\neq0$: $\frac{A}{B}=0 \Leftrightarrow A=0$

2. Signe de $ax+b$

x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$ $a>0$		$-$	0	$+$	



x	$-\infty$		$-b/a$		$+\infty$
Signe de $ax+b$ $a<0$		$+$	0	$-$	



Vidéos cours et exercices https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#9

En particulier, les vidéos pouvant vous aider, si besoin, pour faire les exercices

- résoudre une équation du 2[nd] degré: https://www.youtube.com/watch?v=youUIZ-wsYk https://www.youtube.com/watch?v=v6fI2RqCCiE
- étudier le signe d'un trinôme: https://www.youtube.com/watch?v=sFNW9KVsTMY https://www.youtube.com/watch?v=pT4xtI2Yg2Q
- étudier la position relative de deux courbes: https://www.youtube.com/watch?v=EyxP5HIfyF4

Partie B Suites…

Modes de génération d'une suite:

- Suite définie par une formule explicite: $u_n=f(n)$ avec n entier naturel

  Par exemple, pour tout $n\geq0$ on a $u_n=n^3-3n$ Ainsi $u_{10}=10^3-3\times10=970$

- Suite définie par récurrence: $u_0=a$ (réel donné) et $u_{n+1}=f(u_n)$ pour tout $n\geq0$

  Par exemple, $u_0=-2$ et $u_{n+1}=3u_n-2$ pour tout $n\geq0$ Ainsi $u_1=3u_0-2=3\times(-2)-2=-8$ $u_2=\ldots$ $u_3=\ldots$ . . .

Sens de variations d'une suite

La suite (u_n) est croissante $\Leftrightarrow$ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$

La suite (u_n) est décroissante $\Leftrightarrow$ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \leq u_n$

La suite (u_n) est constante $\Leftrightarrow$ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n$

Suite monotone

La suite (u_n) est monotone lorsqu'elle est -soit croissante
-soit décroissante

La suite (u_n) est n'est pas monotone lorsqu'elle n'est -ni croissante
-ni décroissante

Méthodes pour montrer qu'une suite est monotone

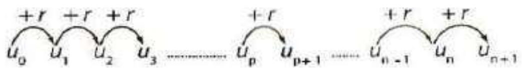
1. On calcule $u_{n+1} - u_n$ puis on étudie le signe de $u_{n+1} - u_n$.

2. Dans le cas UNIQUEMENT d'une suite définie de façon explicite par $u_n = f(n)$ avec n entier naturel

Si f est croissante (ou décroissante) sur $[k; +\infty[$ **alors** la suite (u_n) est croissante (ou décroissante) à partir du rang k

Définition par une relation de récurrence

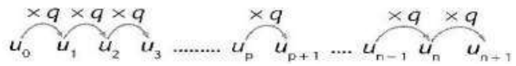
(u_n) est une **suite arithmétique si et seulement si** il existe un réel r tel que pour tout entier n, on a: $u_{n+1} = u_n + r$



Le nombre r est appelé **raison de la suite arithmétique**.

Définition par une relation de récurrence

(u_n) est une **suite géométrique si et seulement si** il existe un réel q tel que pour tout entier n, on a: $u_{n+1} = q \times u_n$.

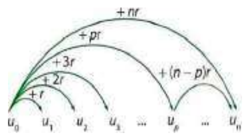


Le nombre q est appelé **raison de la suite géométrique**.

Forme explicite

Soit (u_n) une suite arithmétique de 1^er^ terme u_0 et de raison r.

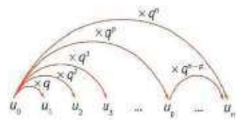
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_0 + nr$
- Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_p + (n-p)r$



Forme explicite

Soit (u_n) une suite géométrique de 1^er^ terme u_0 et de raison q

- Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_0 \times q^n$
- Pour tous $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{N}$, on a $u_n = u_p \times q^{n-p}$



Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique

- Pour tout $n \geq 1$, $1+2+3+\ldots+n = \dfrac{n(n+1)}{2}$

- Soit (u_n) une suite arithmétique de 1^er^ terme u_0 et de raison r.

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ ←Faire apparaître $(1 + 2 + 3 + \ldots + n)$

$S = u_0 + (u_0 + r) + (u_0 + 2r) + \ldots + (u_0 + nr)$

$S = (n+1)u_0 + r \times (1 + 2 + 3 + \ldots + n)$ ←Puis terminer

$S = (n+1)u_0 + r \times \dfrac{n(n+1)}{2}$

Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique

- Pour tout $n \geq 1$, et $q \neq 1$ $1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1} + q^n = \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

- Soit (u_n) une suite géométrique de 1^er^ terme u_0 et de raison q

$S = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ ←Faire apparaître $(1 + q + q^2 + \ldots + q^n)$

$S = u_0 + q \times u_0 + q^2 \times u_0 + \ldots + q^n \times u_0$

$S = u_0 \times (1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1} + q^n)$

$S = u_0 \times \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q}$

Vidéos cours et exercices https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#9

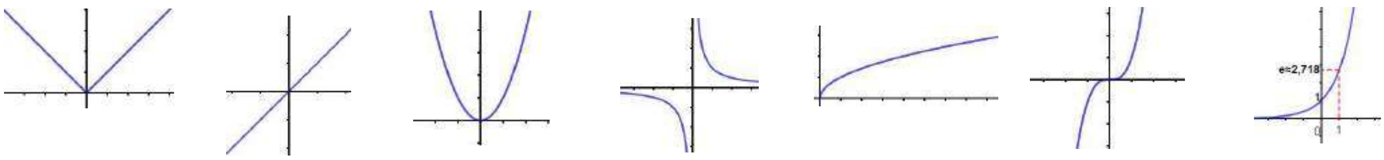
En particulier, les vidéos pouvant vous aider, si besoin, pour faire les exercices

- calculer les termes d'une suite: https://www.youtube.com/watch?v=HacflVQ7DIE
- calculer les termes d'une suite avec Python: https://www.youtube.com/watch?v=CYDUNYndHfg
- étudier une suite arithmétique: https://www.youtube.com/watch?v=6O0KhPMHvBA https://www.youtube.com/watch?v=WeDtB9ZUTHs https://www.youtube.com/watch?v=iSfevWwk8e4
- étudier une suite géométrique: https://www.youtube.com/watch?v=WTmdtbQpa0c https://www.youtube.com/watch?v=gUkOjvAiZGA
- calculer la somme des 1^ers^ termes d'une suite avec Python: https://www.youtube.com/watch?v=_3bwycUCtmg

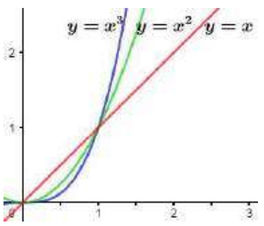
Partie C Fonctions: dérivation et applications…

Fonctions de référence ☞♡ Connaître l'ensemble de définition, les variations, le signe, la parité et sa conséquence graphique

Courbe C1 Courbe C2 Courbe C3 Courbe C4 Courbe C5 Courbe C6 Courbe C7



- La fonction $x \longmapsto x$ définie sur ℝ est représentée par la courbe C2 (**une droite**)
- La fonction carré (ou $x \longmapsto x^2$) définie sur ℝ est représentée par la courbe C3 (**une parabole**)
- La fonction cube (ou $x \longmapsto x^3$) définie sur ℝ est représentée par la courbe C6
- La fonction inverse (ou $x \longmapsto \frac{1}{x}$) définie sur ℝ* est représentée par la courbe C4 (**une hyperbole**)
- La fonction racine carrée (ou $x \longmapsto \sqrt{x}$) définie sur ℝ⁺ est représentée par la courbe C5
- La fonction valeur absolue (ou $x \longmapsto |x|$) définie sur ℝ est représentée par la courbe C1
- La fonction exponentielle (ou $x \longmapsto e^x$) définie sur ℝ est représentée par la courbe C3



$\forall\, x \in [0;1]$ on a: $x^3 \leq x^2 \leq x$

$\forall\, x \in [1;+\infty[$ on a: $x \leq x^2 \leq x^3$

Position relative des courbes C_f et C_g représentant les fonctions f et g

- On étudie le signe de $f(x)-g(x)$
- On conclut à partir du tableau de signes:

$\forall\, x \in I$, $f(x) - g(x) > 0 \Leftrightarrow \forall\, x \in I$, $f(x) > g(x)$
$\Leftrightarrow$ C_f est au dessus de C_g sur I

$\forall\, x \in J$, $f(x) - g(x) < 0 \Leftrightarrow \forall\, x \in J$, $f(x) > g(x)$
$\Leftrightarrow$ C_f est en dessous de C_g sur J

Si le taux d'accroissement $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ admet une **limite finie (c-à-d un nombre réel)** quand h tend vers 0

alors la fonction f est dérivable en a et le nombre dérivé de f en a, $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$

Opérations sur les dérivées

u et *v* sont des fonctions dérivables sur un intervalle I et *k* est un réel

Fonction	Dérivée ☞♡
$u+v$ «somme»	$u'+v'$
$k\,u$	ku'
$u\,v$ «produit»	$u'v+uv'$
u^2	$2u'u$
$\frac{1}{v}$ «inverse»	$-\frac{v'}{v^2}$
$\frac{u}{v}$ «quotient»	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$

Dérivée d'une fonction composée

Fonction	Dérivée ☞♡
$f(x)= g(ax+b)$	$f'(x)= a \times g'(ax+b)$
$f(x)= e^{ax+b}$	$f'(x)= a \times e^{ax+b}$
$f(x)= e^{u(x)}$ (Term)	$f'(x)= u'(x) \times e^{u(x)}$

Dérivées des fonctions usuelles

k est un réel et *n* ∈ℤ

Fonction		Dérivée ☞♡	
$f(x)= k$ (constante)	$x \in \mathbb{R}$	$f'(x)= 0$	$x \in \mathbb{R}$
$f(x)= x$	$x \in \mathbb{R}$	$f'(x)= 1$	$x \in \mathbb{R}$
$f(x)= x^2$	$x \in \mathbb{R}$	$f'(x)= 2x$	$x \in \mathbb{R}$
$f(x)= x^3$	$x \in \mathbb{R}$	$f'(x)= 3x^2$	$x \in \mathbb{R}$
$f(x)= x^n$	si $n>0$, $x \in \mathbb{R}$ si $n<0$, $x \in \mathbb{R}^*$	$f'(x)= n\,x^{n-1}$	si $n>0$, $x \in \mathbb{R}$ si $n<0$, $x \in \mathbb{R}^*$
$f(x)= \frac{1}{x}$	$x \in \mathbb{R}^*$	$f'(x)= -\frac{1}{x^2}$	$x \in \mathbb{R}^*$
$f(x)= \sqrt{x}$	$x \in [0; +\infty[$	$f'(x)= \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$x \in]0; +\infty[$
$f(x)= e^x$	$x \in \mathbb{R}$	$f'(x)= e^x$	$x \in \mathbb{R}$

Lien entre signe de la dérivée $f'(x)$ et variations de la fonction f ☞♡

$f'(x) \geq 0$ *pour* $x \in I \Leftrightarrow f$ *est croissante sur I*

$f'(x) \leq 0$ *pour* $x \in I \Leftrightarrow f$ *est décroissante sur I*

$f'(x) = 0$ *pour* $x \in I \Leftrightarrow f$ *est constante sur I*

Rappel pour déterminer le signe de $f'(x)$

- ***Signe de*** $ax+b$
- ***Signe de*** ax^2+bx+c ☞♡
- $x^2 \geq 0$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$
- $\sqrt{x} \geq 0$ *pour tout* $x \in [0; +\infty[$
- $e^x > 0$ *pour tout* $x \in \mathbb{R}$
- *La **somme** de nombres positifs est positive.*
- *La **somme** de nombres négatifs est négative.*
- *Le **produit/quotient** de nombres de même signe est* +
- *Le **produit/quotient** de nombres de signe contraire est* –

Equation de la tangente à Cf au point d'abs. a

$$y = f'(a)\,(x-a) + f(a)$$ ☞♡

avec $f'(a)$ ***coefficient directeur de la tangente à la courbe Cf au point d'abscisse a***

$f(a)$ ***image de a par f***

Vidéos cours et exercices https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#9

En particulier, les vidéos pouvant vous aider, si besoin, pour faire les exercices

- dériver une fonction: https://www.youtube.com/watch?v=9Mann4wOGJA
  https://www.youtube.com/watch?v=1fOGueiO_zk
  https://www.youtube.com/watch?v=OMsZNNIIdrw
  https://www.youtube.com/watch?v=-MfEczGz_6Y
- étudier le sens de variations d'une fonction: https://www.youtube.com/watch?v=23_Ba3N0fu4
- déterminer une équation d'une tangente: https://www.youtube.com/watch?v=bELc3OM9osQ
- lire graphiquement un nombre dérivé: https://www.youtube.com/watch?v=0jhxK55jONs

Dérivées

- $(e^x)' = e^x$
- $(e^{ax+b})' = a\ e^{ax+b}$

Variations

La fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$

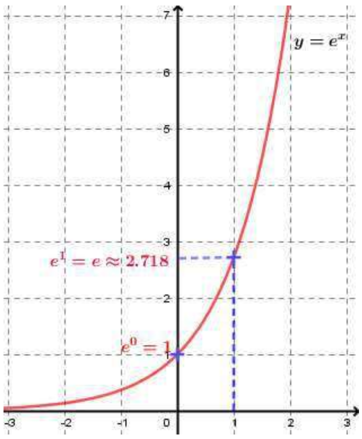
Conséquences :

Pour tous réels a et b on a:

$e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$ $\quad e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$

En particulier

$e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ $\quad e^x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 0$ $\quad e^x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$



Signe

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$

Propriétés de la fonction exponentielle :

- $e^0 = 1$ $\quad e^1 = e$ $\quad e^{-1} = \dfrac{1}{e}$
- Pour tous x, y réels et n entier,

$e^{x+y} = e^x \times e^y$ $\quad e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$

$e^{x-y} = \dfrac{e^x}{e^y}$ $\quad e^{nx} = (e^x)^n$

Vidéos cours et exercices https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#9

En particulier, les vidéos pouvant vous aider, si besoin, pour faire les exercices

- revoir les propriétés de exp: https://www.youtube.com/watch?v=aD03wqgxexk&feature=youtu.be
- étudier une fonction avec exp: https://www.youtube.com/watch?v= MA1aW8ldjo&feature=youtu.be

Partie D Probabilités conditionnelles et variables aléatoires

«Extrait Livre scolaire 2de et 1ère»

$\overline{A}$ est l'**événement contraire** de A

Formules à connaître

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à A}}{\text{nombre d'issues possibles}}$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cap B) + P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

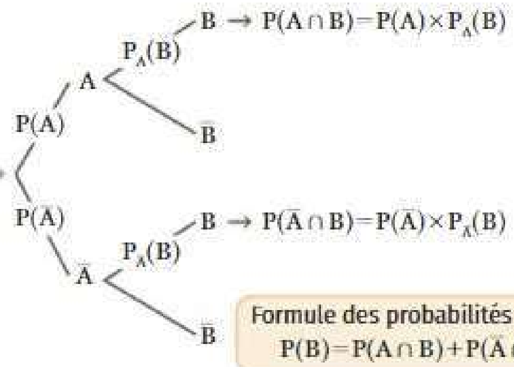
ou $\quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

En particulier,
si A et B sont deux événements **incompatibles**
(c-à-d si $A \cap B = \varnothing$) **alors** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

	B	$\overline{B}$	Somme
A	$P(A \cap B)$	$P(A \cap \overline{B})$	$P(A)$
$\overline{A}$	$P(\overline{A} \cap B)$	$P(\overline{A} \cap \overline{B})$	$P(\overline{A})$
Somme	$P(B)$	$P(\overline{B})$	1

Tableau

Arbre



Formule des probabilités totales :
$P(B) = P(A \cap B) + P(\overline{A} \cap B)$

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES

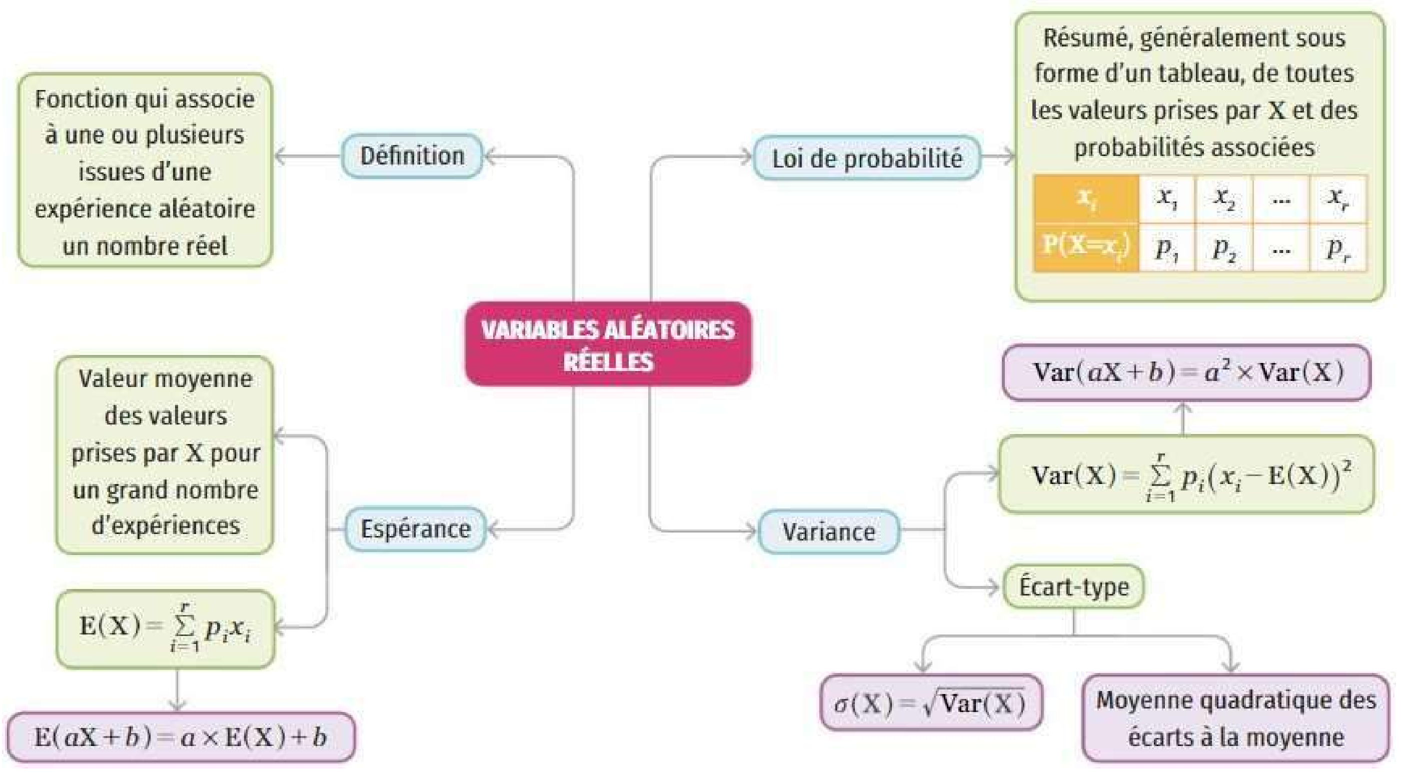
Si $P(A) \neq 0$, alors
$$P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B) \Leftrightarrow P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Événements indépendants

Définition : A et B sont indépendants lorsque $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

Propriété : A et B sont indépendants si et seulement si $P_A(B) = P(B)$

«Extrait Livre scolaire 1ère»



Vidéos cours et exercices https://www.maths-et-tiques.fr/index.php/cours-maths/niveau-premiere#9

Parcours 1

Exercice A1 **(Corrigé page 1-2)**

Résoudre dans ℝ les équations ou inéquations suivantes

a) $5(2x-3)=(x-1)(2x-3)$

b) $x^3=9x$

c) $x^2-8x+15=0$

d) $x^3-x^2-6x=0$

e) $(5x^2+x+4)(x^2+10x+25)=0$

f) $\dfrac{x(3x-1)-x(2x+3)}{16-x^2}=0$

g) $\dfrac{9}{x}-\dfrac{x}{3}=2$

h) $x+\dfrac{1}{x-3}=5$

i) $(x^2-5x-6)(x^2-2\sqrt{3}\,x+3)<0$

j) $\dfrac{3x^2+5x+8}{6-2x}>0$

k) $\dfrac{2-x}{x+1}\geq\dfrac{x+1}{2-x}$

Exercice B1 **(Corrigé page 6)**

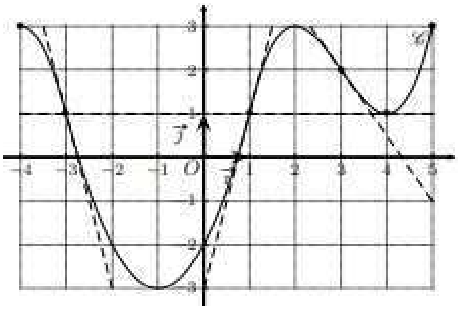
1. Calculer les trois premiers termes de la suite (u_n) définie par $u_n=2n^2-n-3$, pour tout $n\in\mathbb{N}$.

2. Pour chaque suite: **a)** $u_1=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $u_{n+1}=u_n+2n+5$ **b)** $u_0=3$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=\dfrac{1}{u_n+1}$

-déterminer par le calcul les quatre premiers termes.
-déterminer à l'aide de la calculatrice, le 13ième terme puis le terme de rang 20.

Exercice C1 **(Corrigé page 14)**

On donne ci-contre la courbe C d'une fonction f ainsi que quatre de ses tangentes (tangentes aux points d'abscisses respectives −3; 1; 3 et 4.



Déterminer graphiquement:

a) l'ensemble de définition de f

b) les valeurs de f'(−3), f'(1), f'(3) et f'(4). Interpréter une de ces valeurs, au choix.

Exercice A2 (Corrigé page 2)

Déterminer deux nombres entiers consécutifs (qui se suivent) dont le produit est égal à 4 970.

Exercice B2 -Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes- (Corrigé page 6)

1. On considère l'algorithme ci-contre:

```
Pour i allant de 1 à 10
  U ← 2i-1
Fin Pour
```

a) Quelle est la dernière valeur calculée par l'algorithme ?

b) On appelle (u_n) la suite associée aux valeurs calculées par l'algorithme.

Donner l'expression du terme général de cette suite.

2. On considère l'algorithme ci-contre définissant une suite (u_n).

$U \leftarrow 1$
Pour i allant de 1 à 10
  $U \leftarrow \frac{U-1}{U-2}$
Fin Pour

a) Que calcule cet algorithme ?

b) Ecrire une relation entre u_{n+1} et u_n

3. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = 2u_n - 3$

Quel algorithme permet de calculer la somme $S = u_0 + u_1 + \ldots + u_{46}$?

a)
```
U ← -1
S ← 0
Pour i allant de 1 à 47
  U ← 2U-3
  S ← S +U
Fin Pour
```

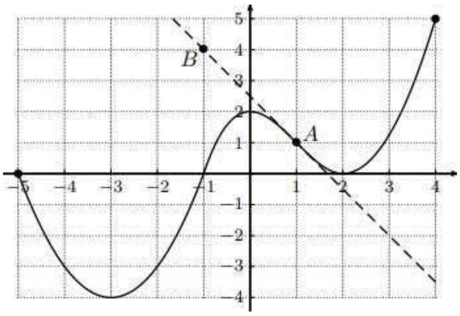
b)
```
U ← -1
S ← 0
Pour i allant de 1 à 46
  U ← 2U-3
  S ← S +U
Fin Pour
```

c)
```
U ← -1
S ← -1
Pour i allant de 1 à 47
  S ← S +U
  U ← 2U-3
Fin Pour
```

d)
```
U ← -1
S ← -1
Pour i allant de 1 à 46
  U ← 2U-3
  S ← S +U
Fin Pour
```

Exercice C2 (Corrigé page 14)

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-5; 4]$, dont on donne ci-dessous le graphique, noté C_f.



1. Pour quelle(s) abscisse(s) a semble-t-on avoir $f'(a) = 0$?
Quelle conséquence graphique pour la tangente au(x) point(s) d'abscisse(s) a ?

2. Déterminer graphiquement: **a)** le signe de $f(x)$.
b) le signe de $f'(x)$.

3. On admet que la droite (AB) est la tangente à C_f en A. Déterminer l'équation réduite de (AB). En déduire $f'(1)$.

4. La tangente à C_f au point d'abscisse -2 a pour équation $y = 2x + 1$. Tracer cette droite. Que vaut $f'(-2)$?

Exercice D1 (Corrigé page 28)

Des études statistiques montrent que 6% des individus d'une population souffrent d'une certaine maladie .
Un test est utilisé pour diagnostiquer la maladie.
On a les résultats statistiques suivants:

- Sachant qu'un individu est malade, la probabilité qu'il ait un test positif est de 0,95.
- Sachant qu'un individu n'est pas malade, la probabilité qu'il ait un test négatif est de 0,97.

On note M l'événement «être malade» et T l'événement «avoir un test positif».

1. Calculer les probabilités des événements: «être malade et avoir un test positif»,
«ne pas être malade et avoir un test négatif»,
«ne pas être malade et avoir un test positif».

2. En déduire la probabilité d'avoir un test positif.

3. Quelle est la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit malade ? (Arrondir à 10^{-4} près)

Parcours 3

Exercice A3 (Corrigé page 3)

Dans chaque cas, justifier l'ensemble de définition, déterminer le signe de f(x) puis déterminer les coordonnées des points d'intersection de C_f avec les axes des abscisses et des ordonnées **Aide**: Écrire f(x) sous la forme d'UN quotient

a) $f(x) = \dfrac{4}{(x+1)^2} - 9$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ **b)** $f(x) = \dfrac{x+1}{x+2} - \dfrac{x-2}{x-1}$ pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$

Exercice B3 (Corrigé page 6-7)

Partie A: (u_n) est une suite arithmétique de raison r telle que $u_1=5$ et $u_5=17$.

1.**a)**Déterminer la raison de la suite (u_n) et son 1er terme.

b)Donner la définition par récurrence puis la définition explicite de la suite (u_n).

c)Calculer u_{2021} .

d)Pour quelles valeurs de l'entier n a-t-on $u_n \geq 10^3$? Justifier.

e)On considère l'algorithme ci-contre où U est un réel, n et p sont des entiers naturels avec p ≥ 1. Quel est le rôle de cet algorithme ?

```
U=2
n=0
While U < 10^p:
  U= U+3
  n= n +1
```

2.**a)**Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ? Justifier.

b)Conjecturer la limite de la suite (u_n).

3.En justifiant, calculer la somme S des dix premiers termes de la suite (u_n).

Partie B: (v_n) est une suite géométrique de raison q et telle que $v_2=12$ et $v_5=-96$.

1.**a)**Déterminer la raison de la suite (v_n) et son 1er terme.

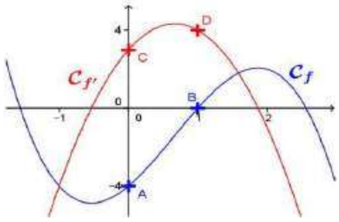
b)Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.

2.Quel est le sens de variation de la suite (v_n) ? Justifier.

3.Calculer $S=\sum_{i=0}^{10} v_i = v_0+v_1+...+v_{10}$.

Exercice C3 (Corrigé page 14)

Sur le graphique ci-contre on donne la représentation graphique



• C_f d'une fonction f définie et dérivable sur ℝ.C_f passe par les points A(0;-4) et B(1;0).

• $C_{f'}$ de la fonction f' dérivée de f et $C_{f'}$. $C_{f'}$ passe par les points C(0;3) et D(1;4).

Déterminer les réels a, b c et d tels que, pour tout réel x, $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$.

Exercice D2 (Corrigé page 28)

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de surréservation afin d'abaisser les coûts. Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site Internet de la compagnie.
Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par Internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.
Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.
Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les évènements suivants:

- *A*: « la réservation a été faite en agence » ;
- *I*: « la réservation a été faite par Internet » ;
- *E*: « le passager se présente à l'embarquement ».

1.Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.

2.Déterminer la probabilité qu'une réservation ait été faite en agence et que le client ne se soit pas présenté à l'embarquement.

3.Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est de 0,029.

4.Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement. (Arrondir à 10^{-4} près)

5.Quelle est la probabilité qu'une personne se présentant à l'embarquement soit passée par l'agence ?(Arrondir à 10^{-4} près)

Exercice A4 (Corrigé page 4)

1.a) Montrer que, pour tout réel x on a l'égalité: $6x^3 + 11x^2 - 4x - 4 = (x+2)(6x^2 - x - 2)$.

b) En déduire la résolution de l'inéquation $6x^3 + 11x - 4x - 4 \geq 0$.

2.a) Montrer que, pour tout réel x on a l'égalité: $3x^4 + x^3 - 16x^2 - 5x + 5 = (x^2 - 5)(3x^2 + x - 1)$.

b) En déduire la résolution de l'équation $3x^4 + x^3 - 16x^2 - 5x + 5 = 0$.

Exercice B4 (Corrigé page 7-8-9)

Partie A: Etudier le sens de variation de la suite (u_n) , en étudiant le signe de la différence $u_{n+1} - u_n$

a) $u_n = 10n - n^2$ avec $n \in \mathbb{N}$

c) $u_n = \frac{n}{3^n}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

e) $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = u_n + 4n - 5$ avec $n \in \mathbb{N}$

b) $u_n = \frac{n+4}{n+2}$ avec $n \in \mathbb{N}$

d) $u_n = 5 \times 3^{n+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$

f) $u_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{n}$ avec $n \geq 1$

Partie B: Etudier le sens de variation de la suite (u_n) ,en étudiant les variations sur $[0;+\infty[$ de la fonction f associée à la suite.

«**On ne répète jamais assez !**
Cette méthode est valable uniquement pour les suites définies de façon explicite $u_n = f(n)$»

a) $u_n = 3n^2 + 4n - 5$ avec $n \in \mathbb{N}$

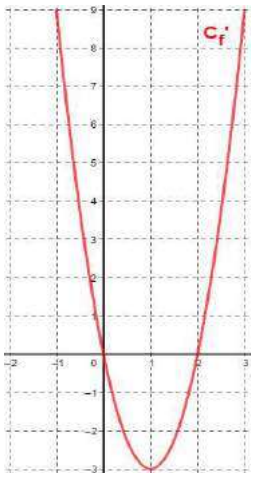
b) $u_n = -n^3 + 48n$ avec $n \in \mathbb{N}$

c) $u_n = \frac{1-n^2}{n^2+1}$ avec $n \in \mathbb{N}$

On pose $u_n = f(n)$ où $f(x) = 3x^2 + 4x - 5$ avec $x \geq 0$

Exercice C4 (Corrigé page 15)

Soit f une fonction définie sur [-1; 3] dont la fonction dérivée f' est représentée ci-contre.



1.a) A l'aide du graphique, déterminer le signe de $f'(x)$ sur [-1; 3].

b) En déduire les variations de f sur [-1; 3].

2. On admet que pour tout réel x, on a $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ avec a, b et c des réels.

Sachant que $f(0) = 3$; $f(1) = 1$ et $f(2) = -1$ déterminer les réels a, b et c puis donner l'expression de $f(x)$.

3. On suppose dans cette question que: pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

On note (T) la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

a) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ et vérifier la cohérence avec la question **1.b)**.

b) Déterminer l'équation de la tangente (T).

c) Etudier le signe de $f(x) - (-3x + 4)$ sur $\mathbb{R}$. Aide: Développer $(x-1)^3$

d) Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

Exercice D3 (Corrigé page 29)

Un groupe de lecteurs de la presse écrite a été interrogé 30% lisent la presse tous les jours, les autres ne la lisent qu'occasionnellement.
Parmi les lecteurs occasionnels, 40% lisent la presse régionale, les autres lisant la presse nationale.
Et 16,5% des lecteurs lisent chaque jour la presse la nationale.

On note: J l'événement «le lecteur lit la presse tous les jours»
et R l'événement «le lecteur lit la presse régionale». On rencontre au hasard un de ces lecteurs.

1. Calculer la probabilité de $\overline{R}$ sachant J.

2. Construire un arbre pondéré en lien avec cette situation.

3. Quelle est la probabilité que la personne rencontrée:
a) lise chaque jour la presse régionale ?
b) soit un lecteur occasionnel et lise la presse nationale ?
c) lise la presse nationale ?

Exercice A5 (Corrigé page 4)

Soient f et g deux fonctions définies sur ℝ par $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$ et $g(x) = x + 4$.
Etudier la position relative des courbes C_f et C_g représentant les fonctions f et g.

Exercice B5 (Corrigé page 9-10)

La suite (u_n) est définie par $u_0 = -1$ et

$$u_{n+1} = 0{,}2\, u_n + 0{,}6 \text{ pour tout entier naturel } n.$$

On pose $v_n = u_n - 0{,}75$ pour tout entier naturel n.

1.a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.

b) En déduire, pour tout entier naturel n, l'expression de v_n en fonction de n.

c) On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n} v_i = v_0 + v_1 + ... + v_n$. Déterminer S_n en fonction de n

2.a) Pour tout entier naturel n, exprimer u_n en fonction de n.

b) Etudier les variations de la suite (u_n) .

c) On pose $S'_n = \sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 + u_1 + ... + u_n$ Déterminer S'_n en fonction de n

Exercice C5 (Corrigé page 16)

Soit f la fonction définie sur [-2; 1] par $f(x) = -x^4 + x^3 + 2x$ et C_f sa courbe représentative.

Partie A: Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur [-2; 1] par $g(x) = -4x^3 + 3x^2 + 2$.

1. Étudier les variations de g sur [-2; 1]. On dressera son tableau de variation.

2. En déduire le signe de la fonction g sur [-2; 1].

Partie B: Etude de la fonction f

1. Justifier que f est dérivable sur [-2; 1] et calculer sa dérivée.

2. En justifiant, dresser le tableau de variations de f sur [-2; 1].

3. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse -1.

4. Déterminer les abscisses des points la courbe C_f, s'ils existent, pour lesquels la tangente est parallèle à la droite (d): $y = 2x + 1$?

Exercice D4 (Corrigé page 29)

Une sac opaque contient quatre jetons numérotés de 1 à 4. On tire au hasard un jeton, on note le numéro, on replace ce jeton dans le sac, on tire un deuxième jeton et on fait la somme X des nombres inscrits sur les jetons tirés.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.

2. Si je gagne la valeur de X, combien puis-je espérer gagner ?

3.a) Calculer $P(X > 5)$.

b) Calculer $P(X \leq 5)$.