Parcours 6

Exercice A6 (Corrigé page 4)

On souhaite résoudre l'équation bicarrée (E): $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E'): $X^2 - 3X + 2 = 0$

b) Déduire à partir des solutions de (E'), les solutions de (E).

Exercice B6 (Corrigé page 10)

La population mondiale augmente actuellement de 1% par an. En 2010, elle était de 6,9 milliards.
On note u_n la population mondiale, en milliards, de l'année 2010 + n.

1. Expliquer pourquoi la suite (u_n) est géométrique. Préciser son premier terme u_0 et sa raison q.

2. Pour tout entier naturel, exprimer u_n en fonction de n.

3. En supposant que le taux d'accroissement se maintienne, estimer la population mondiale en 2025.

4. A l'aide de la calculatrice, estimer en quelle année les neuf milliards d'habitants seront atteints.

Exercice C6 (Corrigé page 16-17-18)

1. $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ **3.** $f(x) = x + \frac{1}{x}$ **5.** $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$ **7.** $f(x) = \frac{1}{3x^2 - 2x + 5}$

2. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ **4.** $f(x) = (2-x)\sqrt{x}$ **6.** $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x+1}$ **8.** $f(x) = 3\sqrt{-2x+5}$

Pour chaque fonction: **a)** Donner son ensemble de définition de f

b) Déterminer $f'(x)$ et en justifiant dresser le tableau de variations de la fonction f.

Exercice D5 (Corrigé page 30)

Un parfumeur propose l'un de ses parfums, appelé «Fleur Rose», et cela uniquement avec deux contenances de flacons: un de 30 ml ou un de 50 ml. Pour l'achat d'un flacon «Fleur Rose», il propose une offre promotionnelle sur un autre parfum appelé «Bois d'ébène». On dispose des données suivantes:

- 58% des clients achètent un flacon de parfum «Fleur Rose» de 30 ml et, parmi ceux-là, 24% achètent également un flacon du parfum «Bois d'ébène» ;
- 42% des clients achètent un flacon de parfum «Fleur Rose» de 50 ml et, parmi ceux-là, 13% achètent également un flacon du parfum «Bois d'ébène».

On admet qu'un client donné n'achète qu'un seul flacon de parfum «Fleur de Rose» (soit en 30 ml soit en 50 ml), et que s'il achète un flacon du parfum «Bois d'ébène», il n'en achète aussi qu'un seul flacon.
On choisit au hasard un client achetant un flacon du parfum «Fleur Rose».

On considère les événements suivants: F: «le client a acheté un flacon «Fleur Rose» de 30 ml»;
B: «le client a acheté un flacon «Bois d'ébène»».

1. Construire un arbre pondéré traduisant les données de l'exercice.

2. Calculer la probabilité $P(F \cap B)$.

3. Calculer la probabilité que le client ait acheté un flacon « Bois d'ébène ».

4. Quelle est la probabilité qu'un client achète un flacon «Fleur Rose» de 30 ml sachant qu'il a acheté un flacon «Bois d'ébène» ? (Arrondir à 10^{-4} près)

5. Un flacon «Fleur Rose» de 30 ml est vendu 40€, un flacon «Fleur Rose» de 50 ml est vendu 60€ et un flacon «Bois d'ébène» 25€.

On note X a variable aléatoire correspondant au montant total des achats par un client du parfum «Fleur Rose».

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance de X et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Parcours 7

Exercice A7 (Corrigé page 5)

Résoudre les systèmes suivants: **a)** $\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x^2 - 8x + 7 \geq 0 \\ (x+2)(x-3) \leq 0 \end{cases}$

Exercice B7 (Corrigé page 10-11)

Une entreprise décide de verser à ses employés ne prime annuelle de 500 Euros.
Il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note u_n le montant en € de la prime versée par l'entreprise l'année n avec $u_1 = 500$.

1. Calculer la prime versée par l'entreprise la 2ème année et la 3ème année.

2.a) Pour tout n ≥ 1, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

b) Pour tout n ≥ 1, exprimer u_n en fonction de n.

3. Un ingénieur compte rester 25 ans dans cette entreprise à partir du moment où est versée la prime.

a) Calculer la prime qu'il touchera la 25ème année.

b) Calculer la somme totale S des primes touchées sur les 25 années.

Exercice C7 (Corrigé page 18-19)

Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = \dfrac{x-3}{x^2+x+4}$ et C_f la courbe représentative de la fonction f.

1. Justifier que f est bien définie sur ℝ.

2. Etudier le signe $f(x)$ et en déduire la position relative de C_f par rapport à l'axe des abscisses.

3.a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe sur ℝ.

b) En justifiant, dresser le tableau de variations de la fonction f.

4. Déterminer l'équation de la tangente (T) à C_f au point d'abscisse -5.

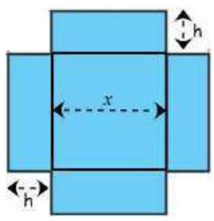
Exercice C8 (Corrigé page 19)

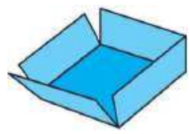
Une boîte en carton, sans couvercle a le patron ci-contre.

La boîte a une base carrée de côté x et pour hauteur h (unité de longueur: cm).

1.a) Déterminer l'aire du patron en fonction de x et h.

b) Exprimer le volume de la boîte en fonction de x et h.





2. <u>On suppose que la boite a un volume de 500cm³</u>.

a) En tenant compte de l'indication sur le volume de la boîte, exprimer h en fonction de x.

En déduire l'expression de l'aire du patron $A(x)$ en fonction de x.

b) Etudier les variations de A sur l'intervalle $]0;+\infty[$. <u>Aide</u>: Développer $(x - 1)(x^2 + 10x + 100)$

En déduire le côté x pour lequel l'aire du patron est minimale.

c) Sachant que le carton coûte 20€ le mètre carré, calculer le prix minimal de cette boîte .

Exercice B8 (Corrigé page 11)

La bibliothèque municipale étant devenue trop petite, une commune a décidé d'ouvrir une médiathèque qui pourra contenir 100 000 ouvrages au total.
Pour l'ouverture prévue le 1er janvier 2022, la médiathèque dispose du stock de 35 000 ouvrages de l'ancienne bibliothèque augmenté de 7 000 ouvrages supplémentaires neufs offerts par la commune.

PARTIE A

Chaque année, la bibliothécaire est chargée de supprimer 5% des ouvrages, trop vieux ou abîmés, et d'acheter 6 000 ouvrages neufs.
On appelle u_n le nombre en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2022 + n)$.
On donne $u_0 = 42$.

1. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = u_n \times 0,95 + 6$.
2. On propose, ci-contre, un algorithme, où U est un réel et n un entier naturel.
   Expliquer ce que permet de calculer cet algorithme.
3. À l'aide de la calculatrice, déterminer le résultat obtenu grâce à cet algorithme.

```
U=42
n=0
While U < 100:
  U= U*0,95+6
   n= n +1
```

PARTIE B

La commune doit finalement revoir ses dépenses à la baisse, elle ne pourra financer que 4 000 nouveaux ouvrages par an au lieu des 6 000 prévus.
On appelle v_n le nombre, en milliers, d'ouvrages disponibles le 1er janvier de l'année $(2022 + n)$.
Identifier et écrire la ligne qu'il faut modifier dans l'algorithme pour prendre en compte ce changement.
On admet que $v_{n+1} = v_n \times 0,95 + 4$ avec $v_0=42$. .
On considère la suite (w_n) définie, pour tout entier naturel n, par $w_n = v_n - 80$.

1. Montrer que (w_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,95$ et préciser son premier terme w_0 .
2. **a)** Pour tout entier naturel n, exprimer w_n en fonction de n puis v_n en fonction de n.
   b) Etudier les variations de la suite (v_n).
   c) Conjecturer la limite de la suite (v_n).
   d) Interpréter les résultats des deux questions précédentes dans le contexte de l'exercice.

Exercice C9 (Corrigé page 19-20)

1. **a)** Simplifier les expressions suivantes: A= $\dfrac{(e^{-1})^4}{e}$ B= $\dfrac{e^2\times e^3}{e^{-3}}$

   b) Pour tout $x\in\mathbb{R}$, écrire le plus simplement possible les expressions suivantes:

   C= $e^{3x+1}\times e^{-x+2}$ D= $e^x(e^{-x}+2e^x)$ E= $\dfrac{e^{-4x-5}}{e^{1-2x}}$ F= $(e^{2x}\times e^{-x})^3$ G= $(e^{3x-5})^2\times(e^{2-x})^3$ H= $\dfrac{e^{-3x-5}\times(e^{2x-1})^2}{e^{1-x}\times e^{3x}}$

2. Démontrer que pour tout $x\in\mathbb{R}$,les égalités suivantes: **a)** $\dfrac{e^{3x+1}}{e^{2x}}-e^x=e^x(e-1)$ **b)** $\dfrac{1+e^{2x}}{1+e^x}=\dfrac{e^{-x}+e^x}{e^{-x}+1}$

   c) $\dfrac{e^{1+2x}}{1+e^{2x}}=\dfrac{e^{1+x}}{e^{-x}+e^x}$ **d)** $1-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}=\dfrac{e^x}{1+e^x}$

3. Démontrer que pour tout $x \neq 0$: $\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}=\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$ et $\dfrac{1+e^{2x}}{1-e^x}=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^{-x}-1}$

4. Montrer que pour tout réel x, $2e^{2x}-3e^x+1=(e^x-1)(2e^x-1)$

Exercice B9 (Corrigé page 12)

Soit f la fonction définie sur [0; +∞[par f(x)= $3-\dfrac{4}{x+1}$ et C_f la courbe représentative de la fonction f sur [0; +∞[.

-**Les parties A et B sont indépendantes**-

Partie A:

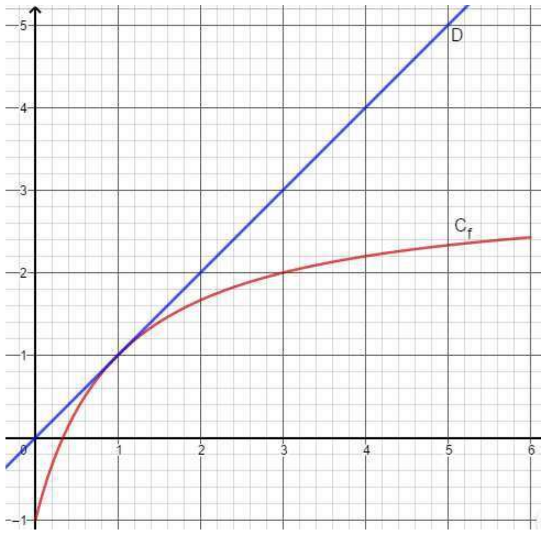
1. Etudier les variations de la fonction f sur [0; +∞[.

2. Déterminer l'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

Partie B:

On considère la suite (u_n) définie par un premier terme $u_0=4$ et vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}$ la relation $u_{n+1}=f(u_n)$.

On a tracé **ci-contre** C_f la courbe représentative de la fonction f sur [0; +∞[et la droite D d'équation $y = x$.



1. Sur le graphique, placer sur l'axe des abscisses u_0 , u_1 , u_2 et u_3 .

Faire apparaître les traits de construction.

2. Que peut-on conjecturer sur le sens de variation et la limite de la suite (u_n) ?

Exercice C10 (Corrigé page 20-21)

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, étudier le signe des expressions suivantes :

$A(x)=e^{-4x}+3$ $\quad B(x)=3e^{-3x-1}$ $\quad C(x)=-2e^{x}-1$ $\quad D(x)=2e^{x}-2$ $\quad E(x)=(1+3x)e^{-x}$

$F(x)=e^{x}-3xe^{x}$ $\quad G(x)=e^{2x}-e^{x}$ $\quad H(x)=x^2e^{x}-e^{x+2}$ $\quad I(x)=\dfrac{e^{-x}-xe^{-x}}{1+e^{x}}$

Exercice D6 (Corrigé page 30)

Une résidence de vacances propose uniquement deux formules:

- la formule «pension complète» dans laquelle 3 repas par jour sont fournis ;
- la formule «demi-pension» dans laquelle sont fournis uniquement le petit déjeuner et le dîner.

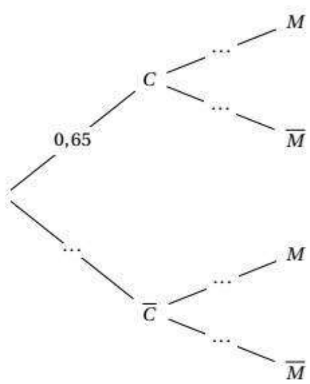
Pour l'année 2018, 65% des clients ont choisi la pension complète; les autres ont choisi la formule «demi-pension».
Parmi les clients qui ont choisi la demi-pension, 30% ont réservé l'option «ménage» en fin de semaine.
De plus, 70% des clients qui ont choisi la pension complète ont réservé l'option ménage.
On choisit un client au hasard parmi ceux de l'année 2018 et l'on considère les évènements suivants:
C: le client a choisi la formule «pension complète»;
M: le client a choisi l'option «ménage ».

1. Recopier sur la copie et compléter l'arbre pondéré ci-contre.

2. Calculer P(C∩M).

3. Montrer que la probabilité que le client ait réservé l'option ménage est 0,56.

4. Calculer la probabilité que le client ait choisi la formule «pension complète» sachant qu'il a réservé l'option ménage.



5. Voici la grille de tarifs de la résidence de vacances pour l'année 2018:

Une semaine de pension complète	800€
Une semaine de demi-pension	650€
Option ménage	50€

On note X la variable aléatoire égale au montant payé par un client de 2018.

a) Calculer P(X=850).

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Pour un grand nombre de clients, calculer le montant moyen payé par client.

Exercice B10 (Corrigé page 12)

On considère la suite numérique (u_n) définie sur ℕ par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{5}{2} \end{cases}$

1.a) Dans un repère orthonormal (unité graphique 1 cm), tracer, sur l'intervalle [0; 10] la courbe C_f représentant la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ ainsi que la droite (d) : $y = x$.

b) Construire sur l'axe des abscisses (faire apparaître les traits de construction) les 5 premiers termes de la suite (u_n).

c) Conjecturer graphiquement le comportement de la suite (u_n). (Sens de variation et limite)

2. Reprendre la question précédente dans le cas où $u_0 = 8$.

Exercice B11 -Les questions 1 et 2 sont indépendantes- (Corrigé page 13)

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = e^{\frac{1}{3}n-1}$ pour tout n∈ℕ.

a) Calculer u_3.

b) En justifiant, déterminer la nature de la suite (u_n).

c) En justifiant, déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

2. Etudier le sens de variation de la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{n+1}{e^{2n}}$ pour tout n∈ℕ.

Exercice C11 (Corrigé page 21-22)

1. Quelles équations n'ont pas de solutions dans ℝ ? Justifier.

a) $e^{2x-1}=0$ **b)** $e^{x-2}-1=0$ **c)** $e^{x-2}+1=0$ **d)** $e^{x-3}=-1$

2. Résoudre dans ℝ les équations et les inéquations suivantes :

a) $e^x=e^{-x}$ **b)** $e^{4-x}=1$ **c)** $e^{x^2}=e$ **d)** $e^{x^2-1}=e^{-2x}$ **e)** $e^{4x+3}=\frac{e^{-x}}{e}$ **f)** $e^{-5x+1}=e\times e^{2x+3}$ **g)** $(e^x-e^2)(e^{-x}+4)=0$

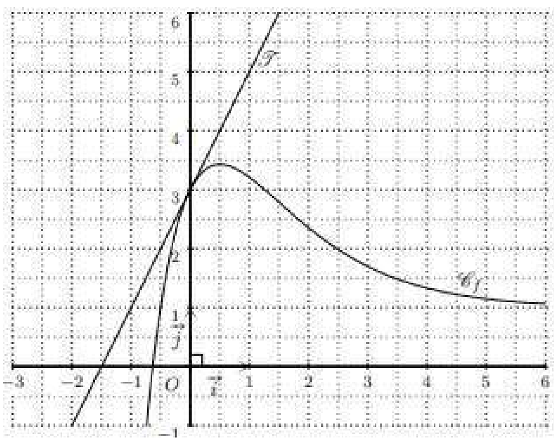
h) $e^{-5x+1}-e^{2x-1}\leq 0$ **i)** $1-e^{x^2-3}\geq 0$ **j)** $e^{1-x}>e^4$ **k)** $e^{x+1}\geq\frac{1}{e}$

3. Résoudre dans ℝ l'équation $X^2 + 4X - 5 = 0$ puis, en déduire la résolution de l'équation $e^{2x}+4e^x=5$.

Exercice C12 (Corrigé page 22)

La courbe C_f tracée ci-contre est celle d'une fonction f définie et dérivable sur ℝ.

On note f' la fonction dérivée de f et $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0.



1. En utilisant les données et le graphique, donner les valeurs de: f(0) et f'(0).

2. On admet que l'expression de la fonction f est de la forme

$f(x) = 1 + (a\,x + b)\,e^x$ où a et b sont des réels.

a) Calculer $f'(x)$ en fonction de a et b.

b) A l'aide des résultats de la question 1., déterminer l'expression de f.

Exercice C13 (Corrigé page 23)

Préciser l'ensemble de définition, l'ensemble de dérivabilité et calculer la dérivée des fonctions suivantes:

a) $f(x) = 3e^{2x} - 5e^{x} + e$ **b)** $f(x) = \dfrac{e^{x}+5}{x}$ **c)** $f(x) = (e^{x}+1)(e^{x}-1)$ **d)** $f(x) = \dfrac{e^{x}+1}{e^{x}-1}$

e) $f(x) = e^{\frac{x}{3}+5}$ **f)** $f(x) = \dfrac{x+1}{e^{x}}$ **g)** $f(x) = \dfrac{2}{e^{-x}}$ **h)** $f(x) = e^{3-2x}$

Exercice C14 (Corrigé page 24)

-<u>Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes</u>-

1. Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 2e^{-x} - 2x - 7$.

a) Etudier les variations de f sur ℝ.

b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

2. Soit f est la fonction définie sur ℝ par $f(x) = x^{2}e^{1-x}$.

a) Etudier les variations de f sur ℝ.

b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 1.

3. Soit f est la fonction définie sur ℝ* par $f(x) = \dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}$.

a) Justifier que f est bien définie sur ℝ*.

b) Montrer que pour tout réel $x \neq 0$, $f'(x) = \dfrac{-4}{(e^{x}-e^{-x})^{2}}$

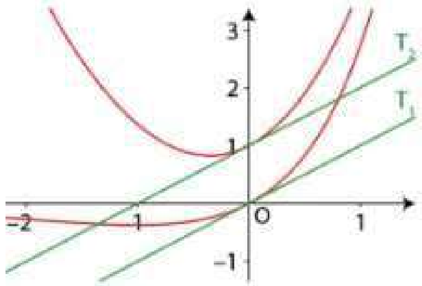
c) En justifiant, dresser le tableau variations de f.

Exercice C15 (Corrigé page 24)

Dans le repère ci-contre, sont représentées:

-les fonctions f et g définies sur ℝ par $f(x) = xe^{x}$ et $g(x) = x^{2}+e^{x}$

-la tangente à chaque courbe au point d'abscisse 0.



1. Que peut-on conjecturer pour ces tangentes ?

2. Démontrer cette conjecture par un calcul.

Exercice C16 (Corrigé page 25)

Dans un repère orthonormé, C est la courbe représentative de la fonction exponentielle.

1. Déterminer l'équation de la tangente, notée T_1, à la courbe C au point d'abscisse 1.

2. Soit g est la fonction définie sur ℝ par $g(x) = e^{x} - ex$.

a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variations.

b) En déduire le signe de $g(x)$.

c) Déterminer la position relative de la courbe C et de la tangente T_1.

Exercice C17

(Corrigé page 25)

Soit f la fonction définie sur IR par f(x) = (x - 2) e^x + x + 1.

Partie A: Etude d'une fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur IR par g(x) = (x - 1) e^x + 1.

1. Étudier les variations de g.

2. En déduire que, pour tout $x \in$ IR, g(x) ≥ 0

Partie B: Etude de la fonction f

1. Montrer que, pour tout $x \in$ IR, f'(x) = g(x).

2. En déduire les variations de la fonction f.

Exercice C18

(Corrigé page 26)

Soient f et g les fonctions définies sur IR par f(x) = e^x et g(x) = $2e^{\frac{x}{2}}-1$, représentées par les courbes C_f et C_g.

1.a) Montrer que, pour tout $x \in$ IR, $(e^{\frac{x}{2}}-1)^2=e^x-2e^{\frac{x}{2}}+1$.

b) Démontrer que les courbes C_f et C_g ont un point commun d'abscisse 0 et qu'en ce point, elles ont la même tangente Δ dont on déterminera une équation.

2. Le but de cette question est d'étudier la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ.

Soit h la fonction définie sur IR par h(x) = $2e^{\frac{x}{2}}-x-2$. On note h' la fonction dérivée de la fonction h sur IR .

a) Pour tout réel x, calculer h'(x) et étudier le signe de h'(x) suivant les valeurs de x.

b) Dresser le tableau de variations de la fonction h. En déduire que, pour tout réel x, $2e^{\frac{x}{2}}-1 \geq x+1$.

c) Que peut-on en déduire quant à la position relative de la courbe C_g et de la droite Δ ?

3. Étudier de la position relative des courbes C_f et C_g.

Exercice D7

(Corrigé page 31)

Une entreprise a fabriqué en un mois 1 500 chaudières, dont 900 chaudières à cheminée et 600 chaudières à ventouse.

On a constaté, dans ce lot, que: 1% des chaudières à cheminées ont un défaut

6% des chaudières à ventouses ont un défaut.

On prélève au hasard le numéro de série d'une chaudière de la production de ce mois.

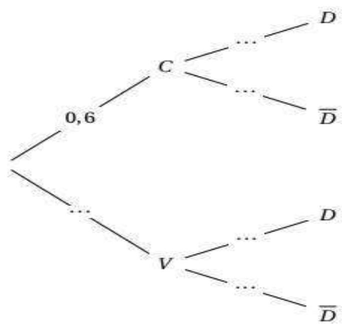
On considère les évènements suivants: C: «Le numéro de série est celui d'une chaudière à cheminée»

V: «Le numéro de série est celui d'une chaudière à ventouse»

D: «Le numéro de série est celui d'une chaudière défectueuse»

1. Recopier et compléter sur la copie le tableau à double entrée suivant:

	Nombre chaudières à cheminée	Nombre chaudières à ventouse	Total
Nombre chaudières défectueuses			
Nombre chaudières non défectueuses			
Total	900	600	1 500



2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.

3. Calculer la probabilité que le numéro de série soit celui d'une chaudière défectueuse.

4. Déterminer P_D(V). Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

5. Les évènements D et V sont-ils indépendants ?

Exercice C19

(Corrigé page 27)

Après ébullition, on vide l'eau d'une casserole pour la nettoyer puis on la place dans l'évier rempli d'eau à 45°C.

On modélise la température de la casserole en posant:

$T(t) = 55e^{-0,2t}+45$ où t est le temps (en s) et $T(t)$ la température de la casserole en °C.

1. Déterminer la température de la casserole au moment où on la plonge dans l'eau.

2. On admet que la vitesse de refroidissement est la fonction dérivée de la fonction T.
Montrer que la vitesse de refroidissement de la casserole est proportionnelle à l'écart de température entre l'eau de l'évier et la casserole. Préciser ce coefficient de proportionnalité.

3. Déterminer, au degré près,la température de la casserole après 5 minutes dans l'évier.

Exercice D8 «Probabilités et étude d'une fonction»

(Corrigé page 32)

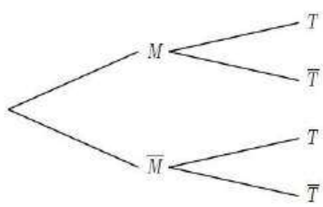
Le chikungunya est une maladie virale transmise d'un être humain à l'autre par les piqûres de moustiques femelles infectées.
Un test a été mis au point pour le dépistage de ce virus. Le laboratoire fabriquant ce test fournit les caractéristiques suivantes :
- la probabilité qu'une personne atteinte par le virus ait un test positif est de 0,98 ;
- la probabilité qu'une personne non atteinte par le virus ait un test positif est de 0,01.

On procède à un test de dépistage systématique dans une population «cible».

Un individu est choisi au hasard dans cette population.
On appelle:- M l'événement: « L'individu choisi est atteint du chikungunya »
- T l'événement: « Le test de l'individu choisi est positif »

On notera $\overline{M}$ (respectivement $\overline{T}$) l'événement contraire de l'événement M (respectivement T).
On note p avec $0 \leq p \leq 1$, la proportion de personnes atteintes par la maladie dans la population cible.

1.a) Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
b) Exprimer $P(M\cap T)$, $P(\overline{M}\cap T)$ puis $P(T)$ en fonction de p.



2.a) Démontrer que la probabilité de M sachant T est donnée par la fonction f définie sur [0; 1] par $f(p)= \frac{98\,p}{97\,p+1}$

b) Etudier les variations de la fonction f.

3. On considère que le test est fiable lorsque la probabilité qu'une personne ayant un test positif soit réellement atteinte du chikungunya est supérieure à 0,95.

En utilisant les résultats de la **question 2.**, à partir de quelle proportion p de malades dans la population le test est-il fiable ?

Parcours 14

Exercice C20 (Corrigé page 27)

-Les questions 1 et 2 sont indépendantes-

1. Un enfant laisse tomber verticalement un caillou depuis le sommet de la tour d'un château.

On modélise la vitesse (en m/s) du caillou au bout de t secondes par la fonction: $f(t) = 6\times\dfrac{e^{0,1t}-1}{e^{0,1t}+1}$

a) Vérifier que le caillou est bien lâché sans vitesse initiale selon ce modèle.

b) Déterminer une expression de $f'(t)$, puis étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$.

c) La vitesse du caillou dépassera-t-elle les 10 m/s ?

2. On étudie la croissance d'une espèce végétale. On admet que le diamètre de la tige principale est donné par la fonction D définie sur $[0; +\infty[$ par:

$D(t) = \dfrac{15}{1+20e^{-0,5t}}$ où $D(t)$ est le diamètre (en cm) à l'instant t (en semaines)

Existe-t-il une taille que le diamètre de la tige ne dépassera pas ? Justifier.

Exercice D9 **«Probabilités et étude d'une suite»** (Corrigé page 33)

Une municipalité vient de mettre en place le service «vélo en liberté».

Il s'agit d'un service de location de vélos à la journée.

Les vélos sont disponibles sur deux sites *A* et *B* et doivent être ramenés en fin de journée indifféremment dans l'un des deux sites.

Après une étude statistique, on considère que :

- si un vélo est loué sur le site *A*, la probabilité d'être ramené en *A* est 0,6 ;
- si un vélo est loué sur le site *B*, la probabilité d'être ramené en *B* est 0,7.

Les résultats numériques seront arrondis à 10^{-2} près.

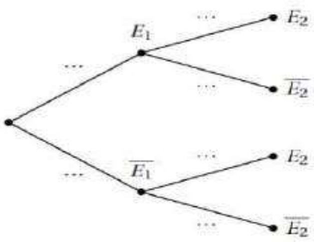
Partie A: Les deux premiers jours ...

On choisit un vélo au hasard et on considère les événements :

E_1 : «le vélo est situé sur le site A la première journée»;

E_2: «le vélo est situé sur le site A la deuxième journée».

On suppose que $P(E_1)=0,5$



«Deux premiers jours»

1. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-contre .

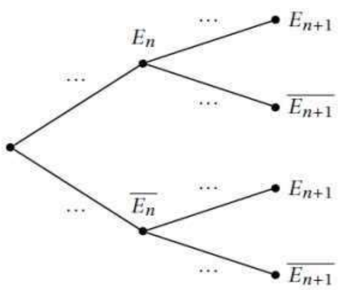
2. En déduire la probabilité pour le vélo soit ramené sur le site A la seconde journée.

3. On constate que le vélo a été ramené sur le site A la seconde journée.

Quelle est la probabilité qu'il se soit trouvé sur le site B la veille ?

Partie B: Les jours suivants ...

Pour tout entier $n \geq 1$, on note p_n la probabilité pour que le vélo soit sur le site A la $n^{ième}$ journée .



«Cas général»

1. Établir que, pour tout entier $n \geq 1$, on a $p_{n+1}=\dfrac{3}{10}p_n+\dfrac{3}{10}$ (S'aider de l'arbre pondéré ci-contre)

2. On note $(u_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par $u_n=p_n-\dfrac{3}{7}$.

Montrer que la suite $(u_n)_{n\geq 1}$ est une suite géométrique dont on précisera la raison et le 1er terme.

3. Donner l'expression de u_n, puis p_n celle de en fonction de n.

4. Conjecturer la limite de u_n. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.