

TRAVAIL DE VACANCES MATHS - LIAISON 3^{ème} – Seconde

A lire avant de commencer...

1) Le livret est constitué :

- De quelques résultats de cours à connaître
- De liens de vidéo extraits du site www.maths-et-tiques.fr de M. Yvan Monka, pouvant vous aider si besoin, pour faire les exercices.
- D'exercices pour vous entraîner, une correction sera disponible à la rentrée.

3) Conseils :

- Etablir un planning de révision, en faisant des séances de 0h30 à 1h sur les deux ou trois dernières semaines d'août ou plus, suivant votre niveau en 3^{ème}.
- Avant de commencer les exercices du livret, reprenez vos cahiers de 3^{ème} comme pour préparer un devoir ; de plus ce livret comporte des résumés de cours.
- Utiliser un cahier pour effectuer les exercices, penser à rédiger et à noter les éventuelles questions à poser à la rentrée à votre professeur.
- Ne pas consulter le corrigé sans avoir cherché les exercices, sans avoir repris vos cahiers de 3^{ème} pour revoir le cours, les méthodes..., sans avoir visionné les vidéos.
- Ne pas attendre le dernier moment, ne pas se contenter de lire uniquement le corrigé... Ce travail est vivement conseillé, pour démarrer sereinement l'année. Il sera également utile pour réussir les premières évaluations.
- Garder le livret en cours d'année

Thème 1 – Règle de calculs

Rappel de cours :

I. Priorités de calculs :

Règle 1 : Dans une suite de calculs sans parenthèses avec uniquement des additions et des soustractions, on effectue les calculs dans le sens de la lecture (de la gauche vers la droite).

Règle 2 : Dans une suite de calculs sans parenthèses avec uniquement des multiplications et des divisions, on effectue les calculs dans le sens de la lecture (de la gauche vers la droite)

Règle 3 : Dans une suite de calculs sans parenthèses, les multiplications et divisions sont effectuées en priorités sur les additions et les soustractions.

Règle 4 : Dans une suite de calculs avec parenthèses, on effectue en priorité les calculs à l'intérieur des parenthèses. On commence par les parenthèses les plus « intérieures ».

Rappel : Soustraire c'est additionner l'opposé

Diviser, c'est multiplier par l'inverse

Vidéo Méthodes : https://www.youtube.com/watch?v=qs9vs_W_GD4
<https://www.youtube.com/watch?v=mxzNn5zcEqs>

II. Avec des fractions :

Lorsqu'un quotient est noté avec une barre de fraction, celle-ci fait office de parenthèses.

Exemple : $(2 + 3) \div (5 \times 2 + 1) = \frac{2+3}{5 \times 2 + 1}$

Pour tous réels a, b, c et d non-nuls :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Vidéo Méthodes : <https://www.youtube.com/watch?v=WBip-WeQtkM>

III. Avec des puissances :

Pour tous réels a et b non-nuls. Pour tous entiers naturels n et p .

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad a^n \times a^p = a^{n+p} \quad \frac{a^n}{a^p} = a^{n-p} \quad (a^n)^p = a^{np}$$

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \quad \text{Attention : } (a + b)^n \neq a^n + b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Vidéo Méthodes : <https://www.youtube.com/watch?v=GDHofGGcal0>

Entrainement Thème 1:

Exercice 1 : Calculer les expressions en détaillant les calculs :

$$A = 7(16 - (2 + 9))$$

$$B = (9 - (9 - 8))((2 + 7) \div 3)$$

$$C = 18 + 4(7 \times 2 - 15)$$

$$D = 75 - (6 + 3 \times 10) \div 9$$

$$E = 5 + 3 \times 6 - 8 \div 2$$

$$G = 2 + 8 \times 5 - 56 + 4 \div 2$$

Exercice 2 : Calculer les expressions en détaillant les calculs (donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible) :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{10}$$

$$B = \frac{\frac{2}{5}}{3 - \frac{7}{10}}$$

$$C = \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}$$

$$D = \frac{1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{2 + \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}$$

$$E = 4 + \frac{2 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{3}{2}}$$

Exercice 3 :

Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n

$$A = 2^3 \times 2^{-5}$$

$$B = \frac{3^{-2}}{3^5 \times 3^2}$$

$$C = 2^5 \times (2^2)^3$$

$$D = 3^4 \times 9^{-3}$$

$$E = 2^{-5} \times 8^2$$

Thème 2 – Calcul littéral

Rappel de cours :

I. Développement

a) Simple distributivité



$$\text{Formule : } a(b + c) = ab + ac$$

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=RuWYHq2sABE>

c) Une identité remarquable :

$$\text{Formule : } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=6j0oMQlaBYg&feature=youtu.be>

II. Factorisation

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=r3AzqvgLcl8&feature=youtu.be> (facteur commun)

<https://www.youtube.com/watch?v=5dCsR85qd3k> (facteur commun)

<https://www.youtube.com/watch?v=VWKNW4aLeG8&feature=youtu.be> (id remarquable)

<https://www.youtube.com/watch?v=91ZSBIadxrA&feature=youtu.be> (les deux)

<https://www.youtube.com/watch?v=nLRRUMRyfZg> (id remarquable)

III. Résolution d'équations

Règles de transformation d'égalités :

On ne change pas une égalité lorsque :

- on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres,
- on les multiplie par un même nombre,
- on les divise par un même nombre non nul.

Règle du produit nul : $A \times B = 0 \Leftrightarrow A = 0 \text{ OU } B = 0$

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=7ZZDMxKNyQA>

<https://www.youtube.com/watch?v=APj1WPPNUgo>

Entraînement :

Exercice 1 : Développer les expressions suivantes

$$A = 10(2x - 9) \quad B = 7x(2x - 5) \quad C = -4x(1 - 6x) \quad D = (2x + 3)(3x - 5)$$

$$E = (4x - 3)(2x - 5) \quad F = (x - 5)(x + 5) \quad G = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$H = 6x(3x - 1) + (2x - 5)(x + 2) \quad I = (x + 5)(x - 3) - (2x + 3)(4x - 5)$$

Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes

$$A = 10x^2 + 5x \quad B = x^3 + x^2 \quad C = (x + 5)(2x - 1) + (x + 5)(3x + 4)$$

$$D = (3x - 1)(5x - 2) - (5x - 2)(4x - 3) \quad E = x^2 - 100 \quad F = 25x^2 - 81$$

$$G = (x - 8)^2 - 9(x - 8)$$

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes ;

$$\text{a) } 5x - 2 = 3x + 5 \quad \text{b) } -3x + 5 = 2x - 1 \quad \text{c) } 10(3x - 2) = 4x + 3$$

$$\text{d) } (3x - 2)(5x - 1) = 0 \quad \text{e) } 2x(3x - 1) = 0 \quad \text{f) } 7(1 - 5x)(8 - x) = 0$$

Exercice 4 : Pour résoudre ce problème, on modélisera par une équation

Un randonneur parcourt 100km en 3 jours ? Le deuxième jour il parcourt 10km de moins que le premier jour.

Le troisième jour il parcourt le double de ce qu'il a parcouru le deuxième jour.

Calculer les distances parcourues le premier, le deuxième et le troisième jour.

Thème 3 – Les fonctions

Rappels de cours

I. Notion de fonctions :

Un exemple pour comprendre : $f: x \rightarrow 2x + 1$, f est une fonction. C'est un « outil » mathématique qui, à un nombre donné fait correspondre un autre nombre.

Ici : $f: 2 \rightarrow 2 \times 2 + 1 = 5$, on écrit $f(2) = 5$.

2 est un antécédent de 5 par la fonction f 5 est l'image de 2 par la fonction f

La courbe représentative de la fonction f est l'ensemble des points ayant pour coordonnée $(x; f(x))$

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=EOS5bSPTZig> (repérer image et antécédent dans un tableau)

<https://www.youtube.com/watch?v=FjqPwHS7vE8&feature=youtu.be> (Calcul d'image)

<https://www.youtube.com/watch?v=0NakIDu5dQU&feature=youtu.be> (Recherche d'antécédents)

<https://www.youtube.com/watch?v=xHJNdrhzY4Q&feature=youtu.be> (représenter graphiquement)

<https://www.youtube.com/watch?v=gQUt5y8LFKk&feature=youtu.be> (Lire graphiquement)

II. Fonctions affines :

Définitions : Une fonction de la forme $x \rightarrow ax + b$ est une fonction affine.

a est appelé le coefficient directeur et b est l'ordonnée à l'origine.

Cas particulier : Quand $b = 0$, on a comme fonction $x \rightarrow ax$ qui est appelé fonction linéaire.

Quand $a = 0$, on a comme fonction $x \rightarrow b$ qui est appelé fonction constante.

Vidéo Méthodes :

<https://www.youtube.com/watch?v=KR8AgLUngg> (Vérifier si un point appartient à une courbe)

<https://www.youtube.com/watch?v=E0NTyDRqWfM> (Trouver l'expression algébrique d'une fonction affine à partir d'une courbe représentative)

https://www.youtube.com/watch?v=tEiuCP_oekY (Représenter une fonction affine)

Exercice 1 : Soit f une fonction, compléter le tableau suivant :

Langage courant	Notation mathématiques
L'image de 2 par la fonction f est 3	$f(\dots) =$
-5 est l'image de 6 par la fonction f	$f(\dots) =$
8 est un antécédent de 4 par la fonction f	$f(\dots) =$
7 a pour antécédent -2 par la fonction f	$f(\dots) =$
5 a pour _____	$f(5) = -1$
2,7 a pour _____	$f(6) = 2,7$

Exercice 2 : Soit f une fonction définie par $f(x) = 5x + 3$

1) f est-elle une fonction affine ? Si oui identifier les coefficients a et b .

2) Calculer l'image de 2 par la fonction f .

3) Calculer $f(-3)$

4) Le point $A(0,2; 4)$ appartient-il à la courbe représentative de f ?

5) Quels sont les éventuels antécédents de -7 par la fonction f .

6) Représenter graphiquement la fonction f .

Exercice 3 : Soit g , une fonction définie par $g(x) = x^2 - 1$

1) Quelle est l'image de 5 par la fonction g .

2) Calculer $g(-3)$

3) Quels sont les éventuels antécédents de 0 par la fonction g .

Exercice 4 : Soit une fonction f représentée ci-contre dans un repère orthonormé.

Avec la précision permise par le graphique.

1) Compléter les phrases suivantes

L'image de 1 par f est _____

L'image de _____ par f est 4.

1 a pour antécédent(s) _____

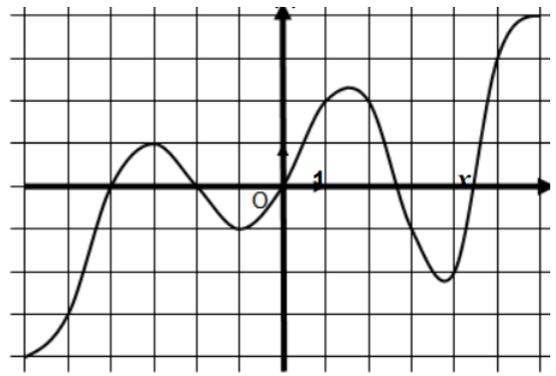
2) Compléter les égalités suivantes :

$$f(-3) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$$

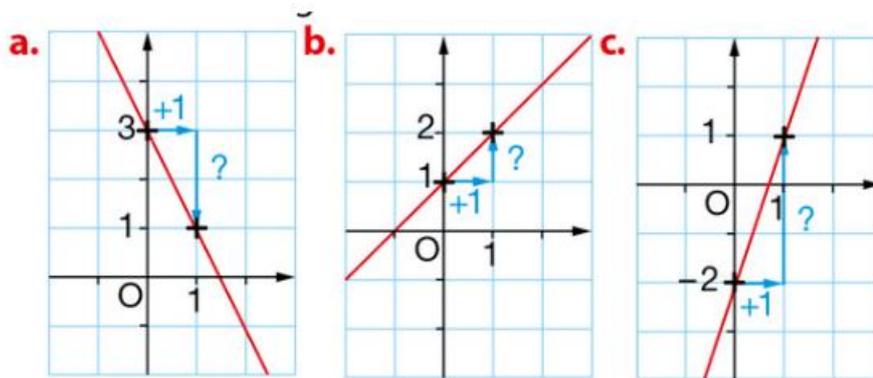
$$f(\dots) = 3$$

$$f(\dots) = -4$$



Exercice 5 :

Les droites ci-dessous représentent graphiquement des fonctions affines. Dans chaque cas, lire le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.



Exercice 6 :

Sur le graphique ci-contre, des fonctions f , g , h , k et u ont été représentées.

1) Déterminer l'expression algébrique de chacune des cinq fonctions

2) Représenter la fonction i tel que $i: x \rightarrow -\frac{2}{3}x + 3$

